Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 07/08

Hoffmann/Karow/Scheutzow 18. Februar 2008

Februar – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Finden Sie alle Extrema der Funktion

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \\ (x, y) &\mapsto 2x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 8y + 1 \end{aligned}$$

und geben Sie jeweils an, ob es sich um ein lokales oder globales Maximum oder Minimum handelt und ob dieses strikt ist.

2. Aufgabe 5 Punkte

Bestimmen Sie die Richtung des stärksten Anstiegs der Funktion

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto (x - 1)y^2 \end{aligned}$$

im Punkte $(1, 1)$. Wie groß ist die Richtungsableitung bezüglich des Vektors, welcher in Richtung des stärksten Anstiegs zeigt und Betrag 1 hat?

3. Aufgabe 8 Punkte

Es sei B die durch $y = x$, $xy = 1$ und $y = 2$ eingeschlossene beschränkte Teilmenge des $\mathbb{R}^2$.

a) Skizzieren Sie die Menge B.

b) Berechnen Sie das Volumen des auf B stehenden Zylinderabschnitts mit Deckelfläche $z = y^2/x^2$, welches durch

$$V = \iint_B \frac{y^2}{x^2}\, dxdy$$

gegeben ist.

4. Aufgabe 10 Punkte

Es sei das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch $\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3x - 1 \\ 3y - 2 \\ 3z - 1 \end{pmatrix}$. Weiterhin sei der Weg $\vec{\gamma} : [0, 1] \to \mathbb{R}^3$ via $\vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} t\cos^2(1 - t) \\ 2\sqrt{t} \\ 1 - 2^t \sin(\frac{\pi}{2}(2t + 1)) \end{pmatrix}$ für $0 \le t \le 1$ gegeben. Berechnen Sie

$$\int_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot \vec{ds}.$$

Hinweis: Untersuchen Sie, ob $\vec{v}$ ein Potentialfeld ist.

5. Aufgabe 9 Punkte

Berechnen Sie die Oberfläche des Kegels, welcher den in der xy-Ebene liegenden Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt $(0, 0, 0)$ als Grundfläche hat und dessen Spitze im Punkt $(0, 0, 1)$ liegt.