# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** WS 07/08

**Hoffmann/Karow/Scheutzow** 7. April 2008


## April – Klausur (Verständnisteil)
## Analysis II für Ingenieure

Name: ............................ Vorname: ............................

Matr.–Nr.: .......................... Studiengang: ..........................

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |

## 1. Aufgabe
8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Notieren Sie Ihre Lösungen **ohne** Begründung auf einem separaten Blatt. Für eine richtige Antwort bekommen Sie einen Punkt, für eine falsche verlieren Sie einen Punkt. Die minimale Punktzahl dieser Aufgabe beträgt 0.

a) Die Vereinigung zweier offener Mengen ist eine offene Menge.

b) Lineare Abbildungen von $\mathbb{R}^n$ nach $\mathbb{R}^m$ sind stetig.

c) Stetige Funktionen auf Mengen, die weder offen noch abgeschlossen sind, haben niemals Maximalstellen.

d) Der Gradient einer differenzierbaren Funktion $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ ist immer eine positive Zahl.

e) Extrema unter Nebenbedingungen sind immer strikt.

f) Der Rand des Einheitskreises ist eine glatte Kurve.

g) Das Kurvenintegral eines Potentialfeldes über eine geschlossene Kurve ist immer 0.

h) Die Oberfläche der Einheitskugel ist konvex.

## 2. Aufgabe
7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $h : [-1,1]\times]-1,1] \to \mathbb{R}$, $h(x,y) = \frac{1}{y+1}$.

a) Ist $h$ auf $[-1,1]\times]-1,1]$ stetig?

b) Zeigen Sie, dass $h$ keine Maximalstelle unter der Nebenbedingung $g(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ hat.

## 3. Aufgabe
9 Punkte

a) Geben Sie für den in der $xy$-Ebene liegenden Viertelkreis $\vec{\gamma}$ mit Radius 1 und Anfangspunkt $(0,1,0)$ sowie Endpunkt $(-1,0,0)$ eine Parametrisierung an.

b) Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\vec{v}(x,y,z) = (1,0,0)^T$ und $\vec{\beta}$ die direkte Verbindungsstrecke von $(0,1,0)$ nach $(-1,0,0)$. Begründen Sie, weshalb

$$\int_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot \vec{ds} = \int_{\vec{\beta}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$$

gilt.

c) Berechnen Sie $\int_{\vec{\beta}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$.

## 4. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit stetigen partiellen Ableitungen und $\operatorname{rot} \vec{v}(x, y, z) = \vec{0}$ für $z \leq \frac{1}{2}$. $F$ sei der Teil der Oberfläche der halben Einheitskugel mit $z \geq 0$ und Mittelpunkt $(0, 0, 0)$ (ohne Boden). Nutzen Sie den Satz von Stokes um zu zeigen, dass

$$\iint_F \operatorname{rot} \vec{v} \cdot d\vec{O} = 0$$

gilt. Warum dürfen Sie den Satz von Stokes anwenden?

## 5. Aufgabe

8 Punkte

Geben Sie jeweils ein Beispiel **ohne** Begründung für

a) eine nicht konvergente Folge $\vec{a}_n$ im $\mathbb{R}^3$,

b) eine differenzierbare Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und ihre Ableitungsmatrix,

c) eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit striktem globalem Minimum in $(0, 0)$,

d) eine Kurve der Länge 1 in $\mathbb{R}^2$,

an.