Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2008
Bärwolff, Meyer, Schneider, Unterreiter 21.07.2008

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....
Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe
7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+\sqrt{|y|}}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Ist f im Punkt $(0,0)$ stetig?
b) Existieren die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$? Ermitteln Sie diese gegebenenfalls.
c) Ist f im Punkt $(0,0)$ differenzierbar?

2. Aufgabe
4 Punkte

Parametrisieren Sie das Bogenstück AB im 1. Quadranten auf der Ellipse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$ mit dem Anfangspunkt $A = (\sqrt{2},\ 0)$ und dem Endpunkt $B = (1,\ \sqrt{2})$.

3. Aufgabe
9 Punkte

Gegeben sei eine Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f'(x,\ y) = (\sin(x^2)\ \ y)$
sowie die Abbildung $\vec{g}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\vec{g}(x,y) = (xy,\ x+2y)^T$.
Ermitteln Sie für die Funktion $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $h = f \circ \vec{g}$ im Punkt $(1,0)$ die Richtung des stärksten Anstiegs.

4. Aufgabe
5 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (\sin x,\ y^2,\ z)^T$
Ist $\vec{v}$ ein Potentialfeld?
Welchen Wert hat das Kurvenintegral $\displaystyle\int_{\vec{c}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$
für die Kurve $\vec{c}(t) = (\cos t,\ \sin t,\ t)^T,\ \ t \in [0,\ 2\pi]$?

5. Aufgabe
9 Punkte

Ermitteln Sie den Flächeninhalt der Fläche, die aus der Ebene
$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 2\}$
von dem Zylinder $Z = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ ausgeschnitten wird.

6. Aufgabe
6 Punkte

Notieren Sie das Integral $\displaystyle\int_{-2}^{2} \left(\int_{0}^{4-y^2} f(x,y)\,dx \right) dy$

in der Form $\displaystyle\int_{a}^{b} \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x,y)\,dy \right) dx$ mit geeigneten Grenzen $a,\ b,\ \alpha(x),\ \beta(x)$.