Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 08

Bärwolff, Meyer, Schneider, Unterreiter 06.10.2008

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin x}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Berechnen Sie die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ für alle $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
Ist die Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}$ in $(0,0)$ stetig?

2. Aufgabe

7 Punkte

Ermitteln Sie den Fluß des Vektorfeldes $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (-z+x,\ x^2+y,\ x^2+z)^T$ durch die gesamte Oberfläche ∂K (Orientierung nach außen) des dreidimensionalen Körpers
$K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 \leq 2,\ 1 \leq z \leq 4\}$.

3. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x \arctan y$.
Ermitteln Sie die Richtung des größten Anstiegs von f im Punkt $(-2,1)$ und die Richtung der Tangente an die Niveaulinie von f in diesem Punkt.

4. Aufgabe

8 Punkte

Geben Sie für die folgenden Mengen A, B, C jeweils den Rand ∂A, ∂B, ∂C an. Welche der Mengen sind offen, welche sind abgeschlossen, welche sind beschränkt?
$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 < z = x^2+y^2\}$
$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2+y^2 \leq 2\}$
$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| > |y|\}$

5. Aufgabe

7 Punkte

Parametrisieren Sie Grund- und Mantelfläche des elliptischen Paraboloids
$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}\}$

6. Aufgabe

4 Punkte

Geben Sie ohne Begründung an, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind. Jede richtige Antwort gibt einen Punkt, jede falsche Antwort einen Punkt Abzug. (Minimale Punktzahl ist Null.)

a) Wenn für die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ für jedes Paar $a, b \in \mathbb{R}$ $\lim\limits_{k\to\infty} f(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}) = f(0,0)$ gilt, so ist f stetig in $(0,0)$.

b) Sei $D \subset \mathbb{R}^3$ offen, $\vec{c}$ eine glatte und geschlossene Kurve in D und $\vec{v}\colon D \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld mit $\int\limits_{\vec{c}} \vec{v} \cdot \vec{ds} = 0$, dann besitzt $\vec{v}$ auf D ein Potential.

c) Ist $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig partiell differenzierbar, so gilt $\operatorname{rot} \operatorname{grad} f = \vec{0}$.

d) Ist $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig partiell differenzierbar, dann ist f stetig auf $\mathbb{R}^3$.