Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SoSe 09

Bärwolff, Garcke, Penn-Karras, Tröltzsch 20. Juli 2009

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 9 Punkte

Gegeben Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 - x + xy^2$. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f. Bestimmen Sie auch die Art der lokalen Extrema (lokales Maximum oder lokales Minimum).

2. Aufgabe 10 Punkte

Sei die Funktion $f(x, y) = x^2 - 4y$ auf $D = \left\{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \middle| x^2 + y^2 \leq 4\right\}$ gegeben. Begründen Sie, dass f auf D einen kleinsten und einen größten Funktionswert annimmt und ermitteln Sie diese beiden Werte.

3. Aufgabe 5 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{v} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad \vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - y \\ x \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie das Kurvenintegral $\int_\gamma \vec{v} \cdot \vec{ds}$. Dabei sei γ der Rand des Einheitskreises (mit Mittelpunkt $\vec{0}$), der entgegen dem Uhrzeigersinn (also mathematisch positiv) durchlaufen wird.

4. Aufgabe 7 Punkte

Gegeben seien die Fläche S mit der Parametrisierung

$$\vec{x}(u, v) = \begin{pmatrix} u\cos(v) \\ u\sin(v) \\ v \end{pmatrix}, \quad 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi,$$

und das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x, y, z) = (2y, -2x, z)^T$. Berechnen Sie das Flussintegral $\iint_S \vec{v} \cdot \vec{dO}$.

5. Aufgabe 9 Punkte

Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^3 + \cos(y) \\ y^3 \\ -\frac{1}{3}(2 - z)^3 \end{pmatrix},$$

durch die gesamte Oberfläche des kompakten Körpers, der durch die xy-Ebene und die Fläche $\left\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \middle| \sqrt{x^2 + y^2} = 2 - z\right\}$ begrenzt wird.

Hinweis: Verwenden Sie einen geeigneten Integralsatz und Zylinderkoordinaten.