Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 09/10

D. Hömberg, M. Karow, J. Suris 15.02.2010

Februar – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{f} : \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid y > 0\} \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{bmatrix} ye^{xy} + z^2 \\ xe^{xy} + \frac{1}{y} \\ 2xz \end{bmatrix}.$$

$\vec{f}$ ist ein Potentialfeld. Berechnen Sie ein Potential von $\vec{f}$.

2. Aufgabe 7 Punkte

Gegeben sei die Abbildung

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{bmatrix} 1 + \ln x \\ x\sqrt{y} + \sqrt{z} \end{bmatrix}.$$

(a) Geben sie den größtmöglichen Definitionsbereich D von $\vec{f}$ an, der offen ist.

(b) Geben sie die Jacobimatrix von $\vec{f}$ an.

(c) Überprüfen Sie, ob $\vec{f}$ auf D (total) differenzierbar ist.

3. Aufgabe 9 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} - 4x + y.$$

(a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f.

(b) Zeigen Sie, dass f keine globalen Extrema besitzt.

4. Aufgabe 9 Punkte

Gegeben seien die Teilmengen

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq (2 - z)^2,\ 0 \leq z \leq 1\}$$

und

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x, y > 0\}.$$

(a) Beschreiben Sie die Menge $K \setminus M$ mit Hilfe geeigneter Koordinaten.

(b) Bestimmen Sie das Volumen von $K \setminus M$.

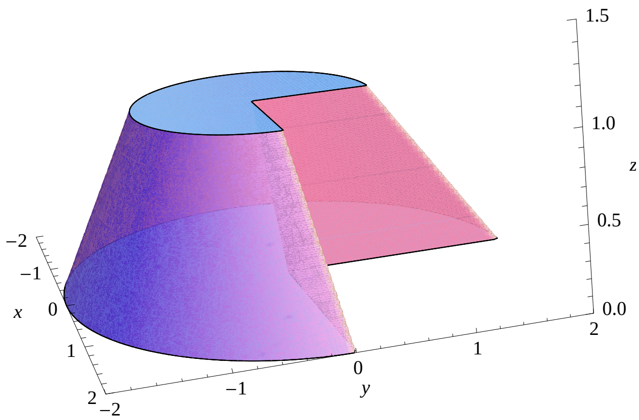

Abbildung 1: 4. Aufgabe, $K \setminus M$

5. Aufgabe 9 Punkte

Sei F die Rotationsfläche, die entsteht, wenn der Graph der Funktion

$$f : [1, 2] \to \mathbb{R}, \quad z = f(x) = \ln(x) + 1$$

um die z-Achse rotiert. Weiter sei das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v} = \begin{bmatrix} xe^z \\ ye^z \\ 2 \end{bmatrix}$ gegeben.

(a) Geben Sie eine Parametrisierung von F an.

(b) Bestimmen Sie den Fluss $\iint_F \vec{v} \cdot d\vec{O}$ von $\vec{v}$ durch F, wobei die Richtung des vektoriellen Oberflächenelements (nach “außen” oder nach “innen”) nach Belieben gewählt werden kann.