Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 09/10

D. Hömberg, M. Karow, G. Penn-Karras, J. Suris 06. April 2010

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{bmatrix} e^y + \cos x \cos y \\ xe^y - \sin x \sin y \\ z \end{bmatrix}.$$

Überprüfen Sie, ob $\vec{v}$ ein Potential besitzt und bestimmen Sie es gegebenenfalls.

2. Aufgabe

8 Punkte

(a) Bestimmen Sie jeweils eine Parametrisierung (mit Angabe des Definitionsbereichs) der folgenden Flächen in $\mathbb{R}^3$.

(*i*) $F_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + xy - y - z = 0, x \in [0,1], y \in [-1,3]\}$,

(*ii*) $F_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ x \geq 0\}$

(b) Gegeben sei die Fläche $F \subset \mathbb{R}^3$ mit der Parametrisierung

$$\vec{x}(s,t) = \begin{bmatrix} s\cos t \\ s\sin t \\ 4 - s^2 \end{bmatrix}, \quad s \in [0,2],\ t \in [0,2\pi]$$

und das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = \begin{bmatrix} y \\ x \\ z \end{bmatrix}$.

Berechnen Sie den Fluss $\iint_F \vec{v} \cdot d\vec{O}$ von $\vec{v}$ durch F. Die Richtung des Oberflächenelements von F können Sie dabei frei wählen.

3. Aufgabe

8 Punkte

Sei $B \subseteq \mathbb{R}^2$ die beschränkte Fläche, die durch die Normalparabel $y = x^2$ und die Strecke von $(-1,1)$ bis $(2,4)$ begrenzt wird.

(a) Skizzieren Sie B.

(b) Berechnen Sie das Integral $\iint_B f(x,y)dxdy$ mit $f(x,y) = 2y + 1$.

4. Aufgabe

8 Punkte

Sei $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + y^2 \leq 25\} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $f : D \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) = (y - 6)^2 - 4x^2$.

(a) Besitzt f globale Extrema in D?

(b) Untersuchen Sie f auf lokale Extrema im Inneren von D.

(c) Untersuchen Sie, ob f globale Extrema auf dem Rand von D besitzt und bestimmen Sie sie gegebenenfalls.

5. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = -xe^{xy},$$

mit dem Entwicklungspunkt $\vec{x}_0 = (1, 0)$.