Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2010
Bärwolff, Böse, Kato, Penn-Karras 19.07.2010

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Berechnen Sie die Ableitungsmatrix der Abbildung

$$\vec{f}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad \vec{f}(x,y) = \begin{pmatrix} x\sin(xy^2) \\ \dfrac{\ln(1+x^2)}{1+y^2} \end{pmatrix}.$$

2. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^3 - 2xy^2 + y - 7$.
Bestimmen Sie im Punkt $(1,0)$ die Richtungsableitung von f in Richtung $\vec{a} = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ und die Richtung des stärksten Anstiegs.
Ermitteln Sie die Gleichung der Tangentialebene an die durch $z = f(x,y)$ definierte Fläche im Punkt $(1,\, 0,\, f(1,0))$.

3. Aufgabe

11 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = xy + x - 1$

a) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum, lokales Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.

b) Begründen Sie, dass f auf $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \le 1\}$ einen größten Funktionswert annimmt und ermitteln Sie diesen Wert.

4. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie das Volumen des Körpers $K = \{(x,y,z) \,|\, 0 \le z \le 1 - x^2 - y^2\}$.

5. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (-y, x, yz)^T$ durch die Fläche,
die durch $\vec{x}(r,\phi) = (r\cos\phi,\, r\sin\phi,\, 1 - r^2)^T$, $0 \le \phi \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le r \le 1$ parametrisiert ist.