Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2010
Bärwolff, Böse, Kato, Penn-Karras 19.07.2010

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe — 8 Punkte

Geben Sie für jede der folgenden Mengen an, welche der Eigenschaften
konvex, offen, abgeschlossen, beschränkt
die Menge hat und welche der Eigenschaften sie nicht hat.
Eine Begründung ist nicht erforderlich.

$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 0 < x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$
$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 = 3\}$
$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, \sin x \neq 0\}$
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, y \leq |x|\}$

2. Aufgabe — 7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \cos y}{x^2+y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Ist f im Punkt $(0, 0)$ stetig?
b) Existieren die partielle Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$?
Ermitteln Sie diese gegebenenfalls.
c) Ist f in $(0, 0)$ total differenzierbar?

3. Aufgabe — 7 Punkte

Gegeben sei die Kurve $\vec{x}\colon [0, \pi] \to \mathbb{R}^3$
mit $\vec{x}(t) = (t \cos^2(\pi - t),\ t^2 \sin t,\ t(\pi - t))^T$.
und das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x, y, z) = (2x, 2y, 2z)^T$.
Ermitteln Sie auf geeignete Weise den Wert des Kurvenintegrals $\int\limits_{\vec{x}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$

4. Aufgabe — 6 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x, y, z) = (xy^2,\ xy,\ -zy^2)^T$
Ermitteln Sie den Fluss von $\vec{v}$ durch die gesamte Oberfläche ∂K des Körpers
$K = \{(x, y, z \in \mathbb{R}^3 \,|\, 1 \leq x \leq 4,\ 1 \leq y \leq 4,\ 2 \leq z \leq 4\}$.

5. Aufgabe — 6 Punkte

Parametrisieren Sie die Rotationsfläche, die im $\mathbb{R}^3$ entsteht, wenn die Gerade
$y = 2x - 1$ für $x \in [1, 3]$ um die y-Achse rotiert.

6. Aufgabe — 6 Punkte

Sei $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld mit stetigen zweiten partiellen Ableitungen.
Geben Sie an (ohne Begründung), welche der folgenden Ausdrücke eine skalare
Funktion, welche ein Vektorfeld und welche nicht definiert sind.
Welche sind 0 bzw. $\vec{0}$?

a) $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{v})$ b) $\operatorname{div}(\operatorname{grad} \vec{v})$ c) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} \vec{v})$
d) $\operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{v})$ e) $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{v})$