Juli-Klausur
Analysis II für Ingenieure
Lösungsskizzen (Verständnisteil)

1. Aufgabe 8 Punkte

A; nicht konvex, nicht offen, nicht abgeschlossen, beschränkt
B: nicht konvex, nicht offen, abgeschlossen, nicht beschränkt
C: nicht konvex, offen, nicht abgeschlossen, nicht beschränkt
D: nicht konvex, nicht offen, abgeschlossen, nicht beschränkt

2. Aufgabe 7 Punkte

f ist in $(0,0)$ nicht stetig, denn $\lim_{y\to 0} f(0,\, y) = 0 \neq f(0,\, 0)$
Die Funktion $g(x) := f(x,\, 0)$ ist konstant, $g(x) = 1$
Folglich: $\frac{\partial f}{\partial x}(0,\, 0) = g'(0) = 0.$
Die Funktion $h(y) := f(0,\, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } y \neq 0 \\ 1 & \text{für } y = 0 \end{cases}$
ist in $y = 0$ nicht stetig, also auch nicht differenzierbar,
d.h. die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial y}(0,\, 0)$ existiert nicht.
f ist in $(0,\, 0)$ nicht total differenzierbar, da f in $(0,\, 0)$ nicht stetig ist.

3. Aufgabe 7 Punkte

Offensichtlich ist $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ eine Stammfunktion von $\vec{v}$.
Folglich ist

$$\int_{\vec{x}} \vec{v} \cdot \vec{ds} = f(\vec{x}(\pi) - f(\vec{x}(0)) = f(\pi,0,0) - f(0,0,0) = \pi^2 - 0 = \pi^2.$$

4. Aufgabe 6 Punkte

B ist kompakt, ∂B ist regulär mit nach außen weisender Normale, mit dem Satz von Gauß erhält man

$$\iint_{\partial B} \vec{v} \cdot d\vec{O} = \iiint_B \mathrm{div}\vec{v}\, dxdydz = \int_2^4 \int_1^4 \int_1^4 x\, dxdydz$$
$$= 2 \cdot 3 \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^4 = 2 \cdot 3 \cdot (\frac{16}{2} - \frac{1}{2}) = 45.$$

5. Aufgabe 6 Punkte

Eine Parametrisierung ist

$$\vec{x}(r,\phi) = \begin{pmatrix} r\cos\phi \\ 2r-1 \\ r\sin\phi \end{pmatrix} \qquad r \in [1,3], \qquad \phi \in [0, 2\pi]$$

6. Aufgabe 6 Punkte

a) Vektorfeld	b) nicht definiert	c) nicht definiert
d) Vektorfeld	e) skalare Funktion	$div(rot\vec{v}) = 0.$