Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2010
Bärwolff, Böse, Kato, Penn-Karras 07.10.2010

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Berechnen Sie die Länge der Kurve

$$\vec{c}\colon [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (\sin t,\, \cos t,\, t)^T,$$

sowie das Kurvenintegral der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad (x, y, z)^T \mapsto x + z$$

und des Vektorfeldes

$$\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad (x, y, z)^T \mapsto (x^2 + y^2,\ y,\ z)^T$$

über $\vec{c}$.

2. Aufgabe 8 Punkte

Geben Sie das Taylorpolynom 2. Grades der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = -\cos(xy)$$

im Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (1, \pi)$ an.

3. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = ye^{-x^2-y^2}$

a) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum, lokales Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.

b) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{|(x,y)| \to \infty} f(x, y),$$

falls dieser existiert. (Hinweis: Verwenden Sie Polarkoordinaten und betrachten Sie $\rho \to \infty$.)

4. Aufgabe 8 Punkte

B sei das Dreieck in der $xy-$Ebene mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$
Berechnen Sie $\displaystyle\iint_B y\, dxdy$.

5. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{v}(x, y, z) = \left(3x^2 \sin y + ze^x, x^3 \cos y + 1, e^x\right)^T.$$

a) Berechnen Sie $\mathrm{div}\vec{v}$ und $\mathrm{rot}\vec{v}$.

b) Folgern Sie mit Hilfe von a), dass $\vec{v}$ ein Potential besitzt, und bestimmen Sie dann alle Potentiale von $\vec{v}$.