Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Böse, Penn-Karras, Schneider

WS 11/12
22.02.2012

Februar – Klausur
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Beachten Sie ferner, dass nicht angemeldete Klausuren ebenfalls nicht gewertet werden.

Die Klausur besteht aus zwei Teilen, einem Rechen- und einem Verständnisteil. Geben Sie im Rechenteil immer den **vollständigen Rechenweg** und im Verständnisteil, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 30 von 60 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 30 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	Σ

4	5	6	Σ

Rechenteil

1. Aufgabe 9 Punkte

Sei $M := \{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2 \leq 1, z \geq 0\}$, $S := \partial M$. Berechnen Sie $\int\int_S \vec{v}\cdot d\vec{O}$ mit Hilfe des Satzes von Gauß, wobei

$$\vec{v}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} z^2x \\ y \\ \frac{1}{2}xyz^2 \end{pmatrix}.$$

2. Aufgabe 12 Punkte

Geben Sie alle lokalen Extremalstellen von f an und untersuchen Sie diese auf die Art (lokales Minimum/Maximum)! Hierbei ist $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad (x,y,z) \mapsto xy^2+x^2-2xy-3x+4+z^2$.

3. Aufgabe 9 Punkte

Berechnen Sie ein Potential von $\vec{v}$ sowie das Wegintegral $\int_{\vec{\gamma}} \vec{v}\cdot d\vec{s}$, wobei

$$\vec{\gamma}:[0,\pi] \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto \begin{pmatrix} \sqrt{3+\frac{5t}{\pi}} \\ \sin(2t) \\ \pi\sin\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad \vec{v}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 4(x^3+x) \\ \frac{zy}{y^2+1} \\ \frac{1}{2}\ln(y^2+1) - 2\cos z \sin z \end{pmatrix}.$$

Verständnisteil

4. Aufgabe 9 Punkte

$$\text{Sei} \quad f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad (x,y) \mapsto \begin{cases} ye^x & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{falls } x \leq 0. \end{cases}$$

Untersuchen Sie f auf partielle Differenzierbarkeit. Geben Sie die partiellen Ableitungen dort an, wo diese existieren.

5. Aufgabe 12 Punkte

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}^2$ von $f(x,y) = (1-x^2)\ln(1-x^2)$. Bestimmen Sie den Rand ∂D von D. Ist D beschränkt? Bestimmen Sie eine stetige Funktion $g: D \cup \partial D \to \mathbb{R}$ so, dass $g(x,y) = f(x,y)$ für alle $(x,y) \in D$.

6. Aufgabe 9 Punkte

Sei $S \subset \mathbb{R}^2$ die beschränkte Menge, die von $\{(t,0) \in \mathbb{R}^2\,|\,t \in [0,2\pi]\}$ und der Kurve

$$\vec{\gamma}:[0,2\pi] \to \mathbb{R}^2, \qquad \vec{\gamma}(\varphi) = \begin{pmatrix} \varphi\cos\varphi \\ \varphi\sin\varphi \end{pmatrix}$$

berandet wird. Zeichnen Sie die Kurve $\vec{\gamma}$ und berechnen Sie den Flächeninhalt von S!
Hinweis: Polarkoordinaten!