# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** SS 17

**G. Penn-Karras, S. Yanchuk** 31.07.2017


## Juli – Klausur
## Analysis II für Ingenieurswissenschaften

Nachname: ........................................ Vorname: ........................................

Matr.–Nr.: ........................................ Studiengang: ........................................

---

Bitte markieren Sie die Prüfung, die Sie laut Ihrer Studienordnung ablegen müssen:

☐ Prüfungsklausur (9 LP) ☐ Prüfungsklausur (8 LP) ☐ Prüfungsklausur (6 LP ohne HA)
☐ Übungsscheinklausur ☐ Weiß nicht

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Insbesondere sind **keine Taschenrechner** und **keine Handys** zugelassen!

Die Lösungen sind in Reinschrift auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt muss mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet sein. **Die Aufgabenblätter sind mitabzugeben.** Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Geben Sie immer eine **kurze Begründung** und/oder den **vollständigen Rechenweg** an. Ohne nachvollziehbaren Bezug Ihrer Antwort zur Aufgabe gibt es keine Punkte. „Nach dem Satz in der Vorlesung / im Tutorium / im Skript“ gilt nicht als Begründung. Der entsprechende Satz muss zitiert werden und es muss begründet werden, warum der Satz in der gegebenen Aufgabe angewendet werden kann.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

---

Die Klausur ist mit mindestens 30 von 60 Punkten bestanden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

## 1. Aufgabe
12 Punkte

Skizzieren Sie die folgenden Mengen und geben Sie zu den topologischen Eigenschaften "beschränkt, offen, abgeschlossen, kompakt" jeweils an, ob die Menge die jeweilige Eigenschaft besitzt oder nicht (ohne Begründung).

a) $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \sin(x) = y,\ x \in [-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi]\right\}$,

b) $B = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4,\ z \in ]0,2[\right\}$,

c) $C$ sei die Niveaumenge von $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = y + x$ zum Wert 2.

## 2. Aufgabe
8 Punkte

a) Untersuchen Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x-y^7}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0,0)$.

b) Ist $f$ partiell differenzierbar nach $x$ bzw. nach $y$ im Punkt $(0,0)$?

c) Ist $f$ differenzierbar in $(0,0)$?

## 3. Aufgabe
10 Punkte

a) Berechnen Sie alle kritischen Punkte der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 3yz + \frac{1}{6}z^3 + z^2,$$

und entscheiden Sie, ob es sich um lokale Extrema in diesen Punkten handelt.

b) Entscheiden Sie außerdem, ob die Funktion $f$ globale Extremwerte besitzt und geben Sie diese ggf. an.

## 4. Aufgabe
8 Punkte

Es sei

$$\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 3x^2 z \\ 8y \\ v_3(x,y,z) \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie eine Funktion $v_3$, sodass $\vec{v}$ ein Potential besitzt.

b) Bestimmen Sie eine (andere) Funktion $v_3$, sodass $\vec{v}$ ein Vektorpotential besitzt.

Hinweis: Die Lösungen sollen also konkrete Funktionen $v_3(x,y,z)$ sein.

## 5. Aufgabe
7 Punkte

Gegeben seien die Kurve $\gamma$, die entlang des Graphen der Funktion $y = x^2$ von $(1,1)$ nach $(2,4)$ verläuft. Gegeben sei weiter das Vektorfeld

$$\vec{v} : \mathbb{R}\times]0,\infty[\to \mathbb{R}^2, \quad \vec{v}(x,y) = \begin{pmatrix} 2x\sqrt{y} \\ 2\sqrt{y} \end{pmatrix}.$$

a) Parametrisieren Sie die Kurve $\gamma$.

b) Besitzt $\vec{v}$ ein Potential? Wenn ja, berechnen Sie eins.

c) Berechnen Sie das Integral $\int_\gamma \vec{v}\ \vec{ds}$.

## 6. Aufgabe

5 Punkte

Es sei

$$A = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0\right\}.$$

Berechnen Sie

$$\iint\limits_A -y\ dxdy.$$

## 7. Aufgabe

10 Punkte

Es seien

$$F = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4,\ z \in [-1, 1]\right\}, \quad Z = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, z \in [-1, 1]\right\},$$

sowie

$$f(x, y, z) = x + y + z^2, \qquad \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3z \\ 4x + y \\ x \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Oberflächenintegrale

$$\iint\limits_F f\ dO, \quad \text{und} \quad \iint\limits_{\partial Z} \vec{v}\ \vec{dO}.$$