

**Juli – Klausur (Verständnisteil)**  
**Analysis III für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....  
Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

7 Punkte

Begründen Sie die folgende Gleichung:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cos(z)}{(z+2)z} dz = \pi i.$$

## 2. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie die Laurentreihe von

$$f(z) = \frac{z^2 + 2z + 2}{(z+1)^3}$$

um den Entwicklungspunkt  $z_0 = -1$  und bestimmen Sie das Residuum von  $f$  im Punkt  $z_0 = -1$ .

## 3. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei das Randwertproblem

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

Welche der drei Funktionen

$$y_1(x) = \cos(x) + \sin(x), \quad y_2(x) = 1 + x\left(x - \frac{\pi}{2}\right), \quad y_3(x) = 2\cos(x) + 2\sin(x)$$

löst das Randwertproblem nicht?

## 4. Aufgabe

9 Punkte

Eine der beiden Funktionen

$$u_1(x, y) := x^2 - y^2 + x - y, \quad u_2(x, y) := x^3 + x^2y - y^2$$

ist nicht der Realteil einer regulär analytischen Funktion (mit Begründung!). Für die andere berechnen Sie die regulär analytische Funktion.

## 5. Aufgabe

10 Punkte

$$\left\{ y_1(x) := e^x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y_2(x) := e^{-x} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

ist ein Lösungsfundamentalsystem eines homogenen linearen Differentialgleichungssystems erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten:  $y'(x) = Ay(x)$ . Bestimmen Sie die Matrix  $A$ .