

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie für die Abbildung

$$f(z) = 1 + \frac{i}{z}$$

die Umkehrabbildung und die Bilder und Urbilder der Punkte 0, 1 und ∞ .
Skizzieren Sie das Bild von $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 1\}$ unter f .

2. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie alle möglichen Laurentreihenentwicklungen von

$$f(z) = \frac{z}{2z - 1}$$

um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$. In welchen Bereichen konvergiert die jeweilige Laurentreihe absolut?

3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie

$$\int_{|z|=2} \frac{1}{\cos z} dz$$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Hinweis: Auch der komplexe Cosinus hat nur reelle Nullstellen.

4. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtspunkte des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{y} &= 2y - 3w + 1, \\ \dot{w} &= 5w - 4y - w^2, \end{aligned} \quad y = y(t), \quad w = w(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten desjenigen stationären Punktes, bei dem die beiden Größen y und w positiv sind.