Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 05
Ferus 11.10.2005

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe
10 Punkte

Konstruieren Sie eine in $\mathbb{C}\backslash\{-3,1\}$ analytische Funktion mit einfachen Polstellen in -3 und 1, welche die folgende Gleichung erfüllt:

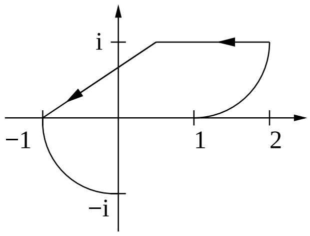
$$\int_{|z|=5} f(z)\;dz = 42\pi$$

2. Aufgabe
10 Punkte

Berechnen Sie das Integral

$$\int_c \frac{1}{2z}\;dz$$

über die unten dargestellte Kurve $c\colon [a,b] \to \mathbb{C}$ von $c(a) = 1$ nach $c(b) = -i$:



Hinweis: Verwenden Sie als Hilfskurve ein geeignetes Segment des Einheitskreises.

3. Aufgabe
10 Punkte

Bestimmen Sie eine beliebige, nicht-triviale Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}\;.$$

Zeigen Sie, dass Ihre Lösung wirklich die DGl. löst, d.h. machen Sie die Probe.

4. Aufgabe
10 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?
Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an.

1. Das Residuum einer Funktion ist an deren Nullstellen positiv und an deren Polstellen negativ.
2. Jede Möbiustransformation hat in $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$ genau eine Null- und eine Polstelle.
3. Die Summe zweier Möbiustransformationen ist wieder eine Möbiustransformation.
4. Das Konvergenzgebiet der Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!}$ ist einfach zusammenhängend.
5. Die auf ganz $\mathbb{C}$ definierten Funktionen $f(z) = z^k$ und $g(z) = z^l$ sind für $k \neq l$ stets linear unabhängig.