

Juli-Klausur (Rechenteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie für die Abbildung

$$f(z) = i + \frac{1}{z}$$

die Umkehrabbildung und die Bilder und Urbilder der Punkte 0, 1 und ∞ . Skizzieren Sie das Bild von $\{ai, a \in \mathbb{R}, a \geq 1\}$ unter f .

2. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes das Integral

$$\int_{|z|=3} \frac{z}{(z-1)(z+1)(z+4)(z-5)} dz.$$

Hinweise: Mit $\int_{|z-a|=r} g(z) dz$ bezeichnen wir das Integral über den positiv durchlaufenden Kreis um a vom Radius r .

3. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei die Funktion

$$f(z) = \frac{z^2}{z-2}.$$

Berechnen Sie die Laurententwicklung von $f(z)$ in den Konvergenzbereichen $K_1 = \{z \in \mathbb{C}, |z| < 2\}$ und $K_2 = \{z \in \mathbb{C}, |z| > 2\}$.

4. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslagen des Differentialgleichungssystems und untersuchen Sie deren Stabilitätscharakter.

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t)y(t) - 9 \\y'(t) &= x(t) - y(t).\end{aligned}$$

5. Aufgabe

6 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe der Z -Transformation die Lösung $(y_n)_n$ der Differenzgleichung

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 0, \quad y_0 = 2, \quad y_1 = 3.$$