RequirePackagecalc RequirePackagepifont RequirePackageifthen

Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik

Bärwolff

22. Juli 2008

Juli-Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Entscheiden Sie ob die Funktion u der Realteil einer analytischen Funktion ist.

1. $u(x,y) = x^2 - y^2 + 2x - 3y$
2. $u(x,y) = x^3 + x^2 y - y^3$.

Geben Sie jeweils eine Begründung oder geben Sie die analytische Funktion an.

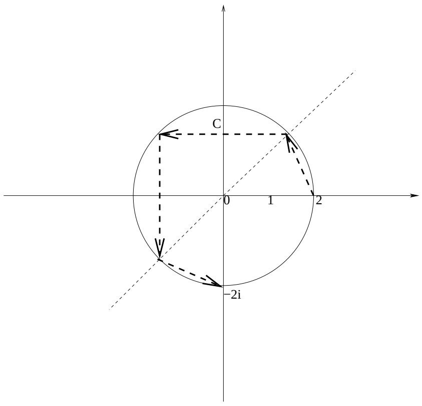
2. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie das Integral

$$\int_C \frac{1}{z^2}\,dz$$

über die unten dargestellte Kurve C in $\mathbb{C}$.



Hinweis: Verwenden Sie als Hilfskurve ein geeignetes Segment des Kreises.

3. Aufgabe

10 Punkte

Konstruieren Sie eine in $\mathbb{C} \setminus \{-2, 2\}$ analytische Funktion mit einfachen Polstellen in -2 und 2, welche folgende Gleichung erfüllt:

$$\int_{|z|=4} f(z)\,dz = 24\pi.$$

4. Aufgabe

8 Punkte

Auf dem Interval $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ betrachten wir das Rand-Eigenwertpoblem

$$(x^2-1)\sin x v''(x) + (x^2-1)\cos x v'(x) + \lambda v(x) = 0$$
$$v(\frac{1}{2}) + v'(\frac{1}{2}) = 0 = v(-\frac{1}{2}) + v'(-\frac{1}{2}),$$

wobei $\lambda > 0$. Seien v_k und v_l zwei Eigenfunktionen zu verschiedenen Eigenwerte λ_k, λ_l. Welcher Orthogonalitätsrelation genügen v_k und v_l?

5. Aufgabe

6 Punkte

Es sei $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} x'(t) = 1 - x(t)y(t) \\ \\ y'(t) = x(t) - y^3(t) \end{cases} \qquad \text{mit } \vec{X}(0) = \begin{pmatrix} 1 + 10^{-9} \\ 1 - 10^{-9} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\lim\limits_{t \to +\infty} \vec{X}(t)$.