

Oktober-Klausur (Rechenteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Keine Taschenrechner und Aufzeichnungen zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto -\sin x \sinh y$.

- (i) Zeigen Sie, dass v der Imaginärteil einer analytischen Funktion f ist.
- (ii) Bestimmen Sie diese Funktion f mit $f(0) = 1$.

2. Aufgabe

8 Punkte

- (i) Bestimmen Sie die Singularitäten der Funktion $f(z) := \frac{\cos z - 1}{z^2(z - \pi)}$. Von welchem Typ sind diese Singularitäten? Begründen Sie ihre Entscheidung.
- (ii) Bestimmen Sie die Residuen in den Singularitäten aus (i).

3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die Werte der folgenden Integrale mit Hilfe komplexer Integration:

$$\int_0^{2\pi} \frac{3 + 2 \cos t}{5 - 4 \sin t} dt.$$

4. Aufgabe

14 Punkte

- (i) Entwickeln Sie die Funktion $f(z) = \frac{1}{z^3(z^2 - 1)}$ in eine Laurentreihe in den Gebieten

$$G_1 := \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\} \quad \text{und} \quad G_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}.$$

- (ii) Bestimmen Sie die inverse Z -Transformierte der Funktion $f(z)$.