Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik 6 Oktober 2009

Oktober-Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben seien $a \in \mathbb{R}$ und das nichtlineare DGL-System

$$(S) \quad \begin{cases} x' &= 2(y-x) \\ y' &= ax - y + xz \\ z' &= -z - xy \end{cases}$$

(i) Bestimmen Sie die GGPe des DGL-Systems (S) im Fall $a < 1$ und im Fall $a \geq 1$.

(ii) Untersuchen Sie im Fall $a = -1$ die Stabilität des Systems im Punkt $z_0 = (0,0,0)$ unter Zuhilfenahme der Funktion $V(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 2z^2$.

2. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie unter Rückgriff auf ein geeignetes komplexes Kurvenintegral

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}\,dx$$

für $0 < a < b$.

Hinweis: Welches Symmetrieverhalten besitzt die reelle Funktion $f(x) = \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$?

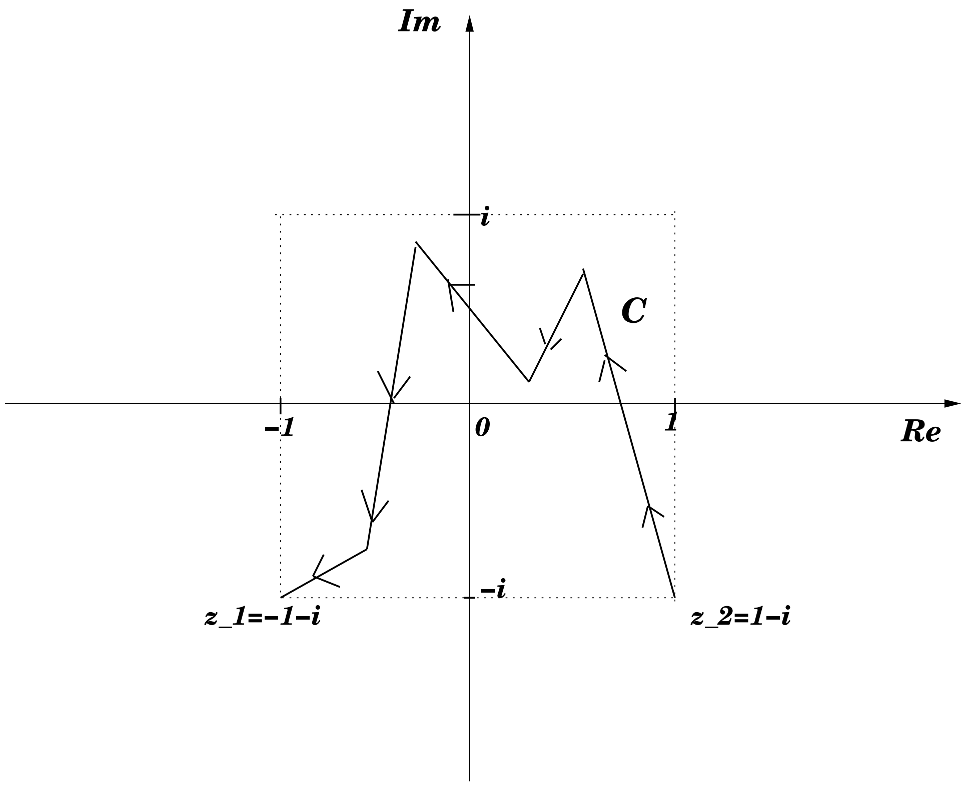
3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_C \frac{dz}{z(z-3)}$$

entlang der folgender Kurve C:



Hinweis: Partialbruchzerlegung und Residuensatz.

4. Aufgabe

11 Punkte

(i) Konstruieren Sie eine Möbius-Transformation $z \mapsto w = T(z)$ welche die Punkte 0 , i , ∞ auf i , ∞ und 0 abbildet. Ist $w = T(z)$ eindeutig gegeben?

(ii) Bestimmen Sie die Umkehrtransormation T^{-1} der Abbildung T.

(iii) Ermitteln Sie die Bilder der imaginären und der reellen Achse sowie das Bild des ersten Quadranten

$$G_1 := \{z \in \mathbb{C} : \text{ Re}(z) \geq 0 \text{ und } \text{Im}(z) \geq 0\}$$

durch T.

Hinweis: Nutzen Sie in geeigneter Weise die Konformität der Möbius-Transformationen.