TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 03/04
Fakultät II, Institut für Mathematik 20.2.2004
Scharlach / Gunn

Klausur
Analysis und Geometrie für Informatiker

Name: .... Vorname: ....
Matr.–Nr.: ....

Neben einem einseitig handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt sollte mit Namen und Matrikelnummer versehen werden. Mit Bleistift geschriebene Abgaben können **nicht** gewertet werden.

Die Klausur ist mit mindestens 20 von 40 Punkten bestanden. Die Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten** .

1	2	3	4	5	6	7	Z	$\sum$

Rechenwege und Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (6 Punkte)

Berechnen Sie die Krümmung und die Torsion der Kurve

$$c(t) = (6\cos(t) + 2, 3\cos(t), 2\cos(t) + 7\sin(t)), \qquad t \in [0, 2\pi].$$

2. Aufgabe (5 Punkte)

Man berechne das folgende Integral:

$$\iint_S (x^2 - y)\, d(x, y),$$

wobei S das durch die Kurven $y = 2x$ und $y = x^2/2$ eingeschlossene Gebiet ist.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = \sqrt{\frac{x}{y^2 + 2y + 1}} \quad (x > 0), \qquad y(1) = 0.$$

4. Aufgabe (7 Punkte)

Sei $f\colon D \to \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^2$ definiert durch $f(x, y) = \ln(xy - 1)$.

i) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich D an (mit Skizze).

ii) Ist D offen, abgeschlossen oder weder offen noch abgeschlossen?

iii) Ist f stetig differenzierbar auf D?

iv) Stellen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen im Punkt $(2, 1)$ auf.

5. Aufgabe (7 Punkte)

Finden Sie die lokalen Extrema der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 24 - 6x^2 + x^3 + 20y - 6xy + 2y^2,$$

und bestimmen Sie den Typ der Extremstellen.

6. Aufgabe (4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{x^2+y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

auf $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

7. Aufgabe (7 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(4)} - 4y''' + 5y'' = 3e^{2x}.$$

Zusatzaufgabe (2 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(4)} - y = 0.$$