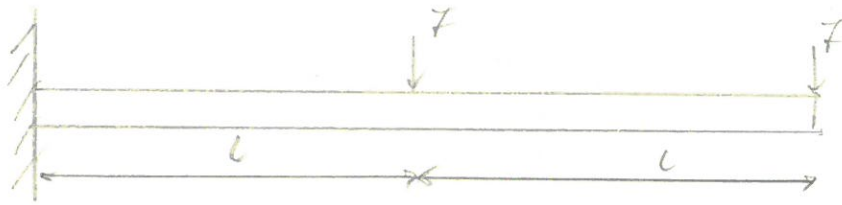
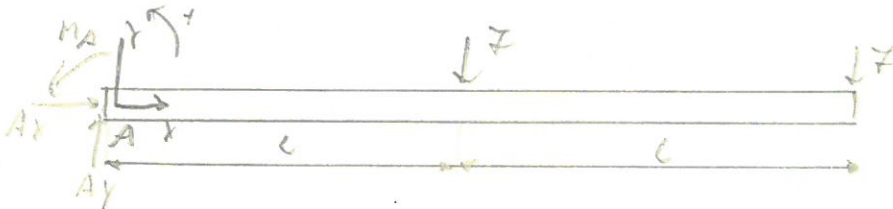


Aufgabe 1: Volumenunterschied



1.) Schnittlastenverläufe

Lagerreaktionen:

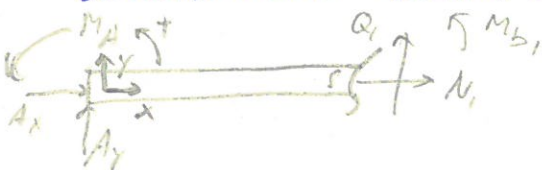


$$\sum F_{i,x} \stackrel{!}{=} 0 = A_x \Leftrightarrow \boxed{A_x = 0N}$$

$$\sum F_{i,y} \stackrel{!}{=} 0 = A_y - F - F \Leftrightarrow \boxed{A_y = 2F}$$

$$\sum M_{i,z} \stackrel{!}{=} 0 = M_A - FL - 2FL \Leftrightarrow \boxed{M_A = 3FL}$$

Schnittlasten Bereich I: $0 \leq x \leq L$



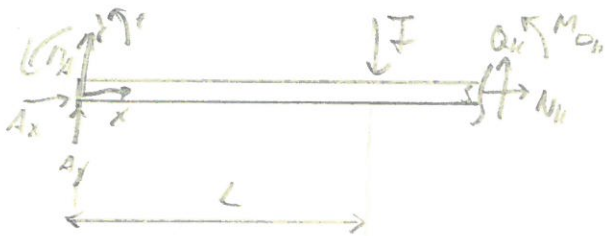
$$\sum F_{i,x} \stackrel{!}{=} 0 = A_x + N_1 \Leftrightarrow N_1 = -A_x \Rightarrow \boxed{N_1 = 0}$$

$$\sum F_{i,y} \stackrel{!}{=} 0 = A_y + Q_1 \Leftrightarrow Q_1 = -A_y \Rightarrow \boxed{Q_1 = -2F}$$

$$\sum M_{i,z} \stackrel{!}{=} 0 = M_{B_1}(x) + M_A - A_y \cdot x \Leftrightarrow M_1(x) = +A_y x - M_A$$

$$\Rightarrow \boxed{M_1(x) = 2Fx - 3FL}$$

Schnittstellen Bereich II: $L \leq x \leq 2L$



$$\sum F_{i,x} \stackrel{!}{=} 0 = N_{II} + A_x \Leftrightarrow N_{II} = -A_x \Rightarrow \boxed{N_{II} = 0}$$

$$\sum F_{i,y} \stackrel{!}{=} 0 = Q_{II} + A_y - F \Leftrightarrow Q_{II} = F - A_y \Rightarrow \boxed{Q_{II} = -F}$$

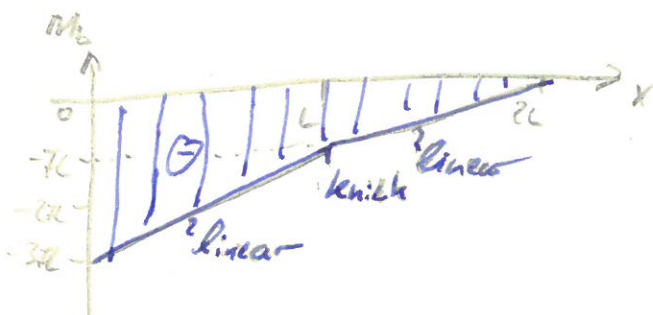
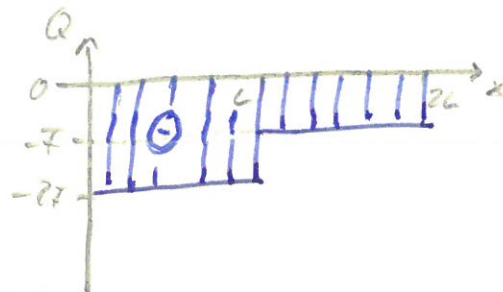
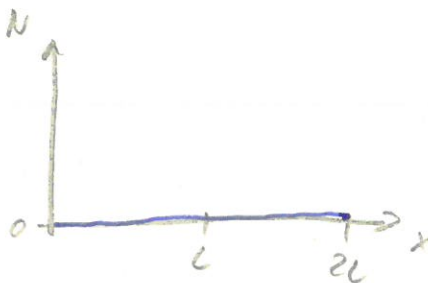
$$\sum M_{i,z} \stackrel{(S)}{=} 0 = M_{B,II}(x) + M_A - A_y x + F(x-L)$$

$$\Leftrightarrow M_{B,II}(x) = A_y x - Fx + FL - M_A$$

$$\Leftrightarrow M_{B,II}(x) = 2Fx - Fx + FL - 3FL$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{B,II}(x) = Fx - 2FL}$$

Verläufe:



2.) gleiche Randfaxspannung + Bestimmung / Darstellung von $H(x)$

16.04.20
Prüfungsausschuss
Tet

Bereich 1: $0 \leq x \leq L$

$$\sigma_{\max} = \sigma(0) = \frac{|M_b(0)|}{W_b} = \frac{|-3FL \cdot 6|}{B H_0^2}$$

$$\sigma(x) = \frac{|M_b(x)|}{W_b} = \frac{|2Fx - 3FL \cdot 6|}{B H(x)^2}$$

$$\sigma_{\max} \stackrel{!}{=} \sigma(x)$$

$$\frac{|-3FL \cdot 6|}{B H_0^2} = \frac{|2Fx - 3FL \cdot 6|}{B H(x)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3L}{H_0^2} = \frac{|2x - 3L|}{H(x)^2}$$

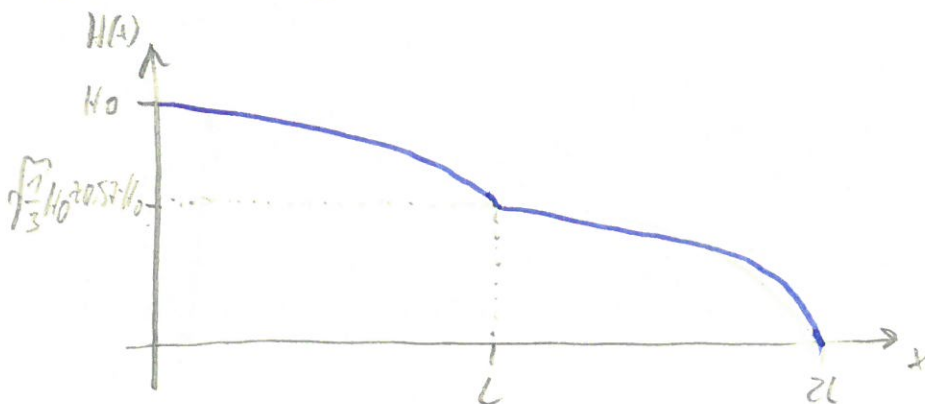
$$H(x)^2 = H_0^2 \frac{|2x - 3L|}{3L}$$

$$H(x) = H_0 \sqrt{\left| \frac{2x}{3L} - 1 \right|}$$

$$H(0) = H_0 \cdot 1 = H_0$$

$$H(L) = H_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

3.) Darstellung von $H(x)$



Bereich 2: $L \leq x \leq 2L$

$$\sigma_{\max} = \sigma(0) = \frac{|M_b(0)|}{W_b} = \frac{|-3FL \cdot 6|}{B H_0^2}$$

$$\sigma(x) = \frac{|M_b(x)|}{W_b} = \frac{|Fx - 2FL \cdot 6|}{B H(x)^2}$$

$$\sigma_{\max} \stackrel{!}{=} \sigma(x)$$

$$\frac{|-3FL \cdot 6|}{B \cdot H_0^2} = \frac{|Fx - 2FL \cdot 6|}{B H(x)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3L}{H_0^2} = \frac{|x - 2L|}{H(x)^2}$$

$$H(x) = H_0 \cdot \sqrt{\left| \frac{x}{3L} - \frac{2}{3} \right|}$$

$$H(L) = H_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$H(2L) = 0$$

4.) Bestimmung des Volumennutzungsgrades

Längennutzungsgrad:

$\eta_{A,z} \stackrel{!}{=} 1$, da überall gleiche Randfaserdehnung

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma(x)}{\sigma_{\max}}\right)^2 \stackrel{!}{=} 1 \text{ für alle } x \in [0; 2L]$$

da $\sigma(x) = \sigma_{\max}$ für alle $x \in [0; 2L]$

Flächennutzungsgrad für beide Bereiche:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_b \cdot \frac{H}{2} \cdot A_2}{B \cdot H^3}$$

$$\sigma(y) = \frac{M_b \cdot y \cdot A_2}{B \cdot H^3}$$

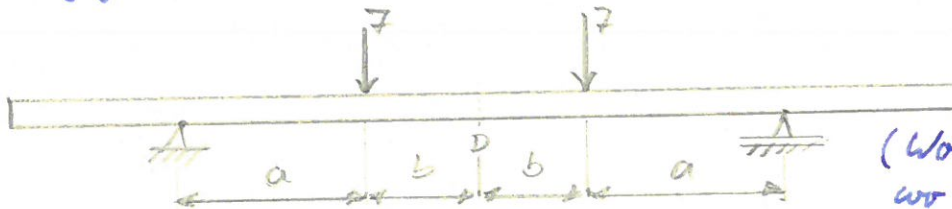
$$\eta_{A,A} = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{\sigma(y)}{\sigma_{\max}}\right)^2 dA = \frac{1}{BH} \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} 1 dz \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left(\frac{\frac{M_b y A_2}{B H^3}}{\frac{M_b \frac{H}{2} A_2}{B H^3}}\right)^2 dy$$

$$= \frac{1}{H} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left(\frac{2y}{H}\right)^2 dy = \frac{1}{H^3} \left[\frac{2}{3} y^3\right]_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} = \frac{4}{3H^3} \cdot \left[\frac{H^3}{8} - \left(-\frac{H^3}{8}\right)\right] = \frac{4H^3}{3 \cdot 4 \cdot H^3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Volumennutzungsgrad:

$$\eta_A = \eta_{A,A} \cdot \eta_{A,z} = \frac{1}{3} \cdot 1 = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

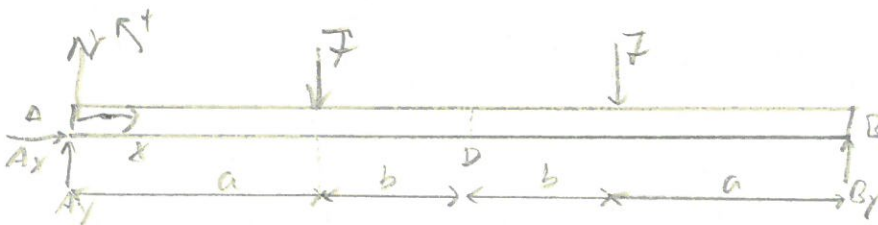
Aufgabe 2: Castigliano



(Wo Fest- und wo Loslager ist, was nicht vorgegeben)

ges.: Schnittlastenverläufe, Verschiebung im Punkt D
(Berechnung + Darstellung)

Mechanik:



$$\sum F_{i,x} \stackrel{!}{=} 0 = A_x \Leftrightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$\sum F_{i,y} \stackrel{!}{=} 0 = A_y - 2F + B_y \Leftrightarrow A_y = 2F - B_y$$

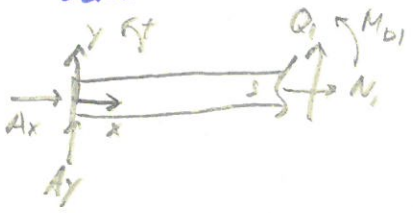
$$\sum M_{i,z} \stackrel{(A)}{=} 0 = B_y(2a+2b) - Fa - F(a+2b)$$

$$\Leftrightarrow B_y = \frac{1}{2a+2b} \cdot F \cdot (2a+2b)$$

$$\Rightarrow \boxed{B_y = F} \Rightarrow \boxed{A_y = F}$$

Schnittkanten:

Bereich I: $0 \leq x \leq a$



$$\sum F_{i,x} \stackrel{!}{=} 0 = A_x + N_1 \Leftrightarrow N_1 = -A_x \Rightarrow \boxed{N_1 = 0}$$

$$\sum F_{i,y} \stackrel{!}{=} 0 = A_y + Q_1 \Leftrightarrow Q_1 = -A_y \Rightarrow \boxed{Q_1 = -F}$$

$$\sum M_{i,z} \stackrel{(S)}{=} 0 = -A_y \cdot x + M_{b1} \Leftrightarrow M_{b1}(x) = A_y x$$

Bereich II: $a \leq x \leq a+b$



$$\sum F_{i,x} \stackrel{!}{=} 0 = A_x + N_u \Leftrightarrow N_u = -A_x \Rightarrow \boxed{N_u = 0}$$

$$\sum F_{i,y} \stackrel{!}{=} 0 = A_y - F + Q_u \Leftrightarrow Q_u = F - A_y \Rightarrow \boxed{Q_u = 0}$$

$$\sum M_{i,z} \stackrel{(S)}{=} 0 = M_{bII} + F(x-a) - A_y x$$

$$\Leftrightarrow M_{bII}(x) = (A_y - F)x + F \cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{bII}(x) = Fa}$$

Wegen symmetrischen Grundaufbau:

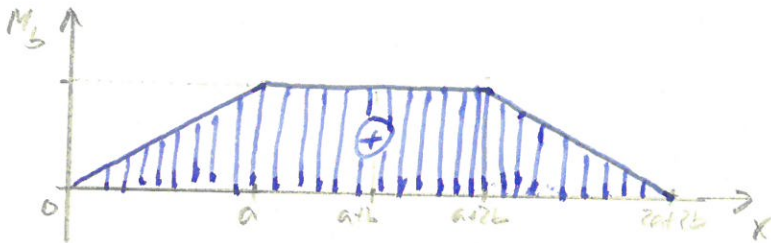
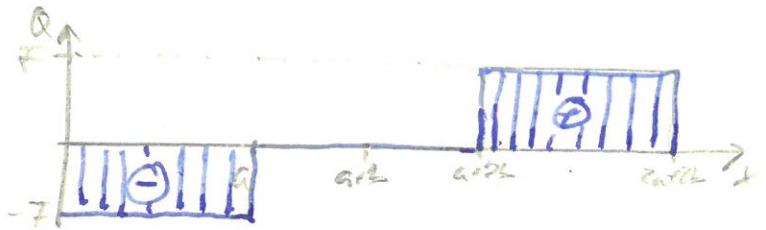
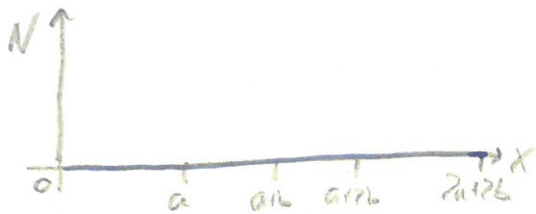
Bereich III: $a+b \leq x \leq a+2b \hat{=} \text{Bereich II}$

$$\Rightarrow \boxed{N_{III} = 0} \quad \boxed{Q_{III} = 0} \quad \boxed{M_{bIII} = Fa}$$

Bereich IV: $a+2b \leq x \leq 2a+2b \rightsquigarrow \text{gespiegelt zu Bereich I}$

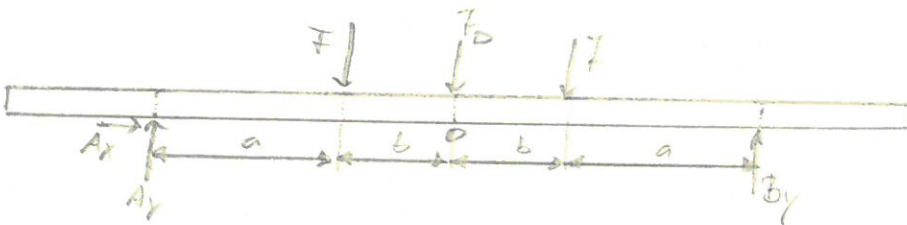
$$\Rightarrow \boxed{N_{IV} = 0} \quad \boxed{Q_{IV} = -F} \quad \boxed{M_{bIV} = -Fx + F(2a+2b)}$$

Darstellung:



Bestimmung der Verschiebung im Punkt D

→ Einführung der virtuellen Kraft F_D



→ neue Lagerreaktionen: $A_y = F + \frac{1}{2} F_D$

$$B_y = F + \frac{1}{2} F_D$$

→ neue Schnittmomente: $M_I = A_y \cdot x = (F + \frac{1}{2} F_D) x$

$$M_{II} = (A_y - F) x + F \cdot a = \frac{1}{2} F_D x + F a$$

$$W = \int_0^{2a+2b} \frac{M_b^2}{2EI_b} dx \quad \leftarrow \text{unter Vernachlässigung der Quaderöffle, war so in Aufgabenstellung gegeben}$$

$$= \int_0^a \frac{M_{bI}^2}{2EI} dx + \int_a^{a+b} \frac{M_{bII}^2}{2EI} dx + \int_{a+b}^{2a+2b} \frac{M_{bIV}^2}{2EI} dx$$

$$= 2 \cdot \int_0^a \frac{M_{bI}^2}{2EI} dx + 2 \cdot \int_a^{a+b} \frac{M_{bII}^2}{2EI} dx \quad \leftarrow \text{Vereinfachung aus Gründen der Symmetrie möglich}$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\int_0^a (F + \frac{1}{2} F_D x)^2 dx + \int_a^{a+b} (\frac{1}{2} F_D x + F a)^2 dx \right]$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\int_0^a (F^2 x^2 + F \cdot F_D x^2 + \frac{1}{4} F_D^2 x^2) dx + \int_a^{a+b} (\frac{1}{4} F_D^2 x^2 + F_D F a x + F a^2) dx \right]$$

Beko
Liebich

16.01.10
Prüfungsproto-
koll Test

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{EI} \left[(F^2 + F \cdot F_D + \frac{1}{4} F_D^2) \cdot \frac{1}{3} \cdot [x^3]_0^a \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \left[\frac{1}{12} F_D^2 x^3 + \frac{1}{2} F_D F_a x^2 + F_a^2 x \right]_a^{a+b} \right] \\ &= \frac{a^3}{3EI} \left(F + \frac{F_D}{2} \right)^2 + \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{F_D^2}{12} (a+b)^3 + \frac{F_D F_a}{2} (a+b)^2 + F_a^2 (a+b) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{F_D^2}{12} a^3 + \frac{F_D F_a}{2} a^2 + F_a^2 a \right) \right] \\ &= \frac{a^3}{3EI} \left(F + \frac{F_D}{2} \right)^2 + \frac{1}{EI} \left[\frac{F_D^2}{12} \left((a+b)^3 - a^3 \right) + \frac{F_D F_a}{2} (2ab + b^2) + F_a^2 b \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_D &= \lim_{F_D \rightarrow 0} \frac{\partial W}{\partial F_D} \\ &= \lim_{F_D \rightarrow 0} \left\{ \frac{a^3}{3EI} \left(F + \frac{F_D}{2} \right) + \frac{1}{EI} \left[\frac{F_D}{6} \left((a+b)^3 - a^3 \right) + \frac{F_a}{2} (2ab + b^2) \right] \right\} \\ &= \frac{\frac{a^3 F}{3EI} + \frac{F \cdot a}{2EI} (2ab + b^2)}{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2a^3 F + 3Fa(2ab + b^2)}{6EI} \\ &= \frac{F \cdot a (2a^2 + 6ab + 3b^2)}{6EI} = \frac{F \cdot a [3 \cdot (a^2 + 2ab + b^2) - a^2]}{6EI} \end{aligned}$$

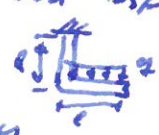
$$= \frac{3Fa((a+b)^2 - \frac{a^2}{3})}{6EI} = \frac{Fa(a+b)^2}{2EI} - \frac{Fa^3}{6EI}$$

$$\underline{\underline{u_D = \frac{Fa}{2EI} \cdot \left((a+b)^2 - \frac{a^2}{3} \right)}}$$

Prof. Liebich:

- ABC-Konzept
- Formänderungsenergie \rightarrow Unterschiede Timoshenko / Bernoulli ausführlich erklären können (inkl. Zeichnung der Balken \rightarrow Bernoulli (Timoshenko treat // Schublotter / Schubverform.)
- Übertragungsmatrizen / Schreiben-DGL: was passiert, wenn plötzlich die Winkel-Geschwindigkeit erhöht wird, Scheibe als FEM modellieren & Randbedingungen, Festschnitt und Herleitung erklären, Vorteile Übertragungsmatrizen gegenüber lokäländlichen Verfahren, Bsp. für Anwendungen \rightarrow RB's bestimmen
- Castigliano / Measura \rightarrow Vergleichsweise erklären, Superposition aus Einzelfällen, 1-17. Satz mit richtiger "Liebich"-Def.
- Volumenunterschied grad, einfaches Bsp schnell durchrechnen können, Superposition aus Einzelfällen, Formeln erklären können
- Schubmittelpunkt erklären, was passiert bei Koppelnutzung außerhalb des Schubmittelpunkts, Bsp. für Schubfluss
- Zentrifuge als Superposition aus Scheibe, Platte und Scheibe \rightarrow 10 Rand- und Übergangsbed., allg. Vergleichsweise erklären

Tier Dot Phant (wie Liebich + zusätzl.)

- Formänderungsenergie \rightarrow Herleitung für Normkraft
- Übertragung auf stark gekrümmten Balken \rightarrow Herleitung der Formeln für F^* und Z
- Festschnitt Platten-DGL: welche Kräfte/Momente helfen sich bei Rotationsymmetrie auf? RB anhand von Bsp. bestimmen
- Volumenunterschied-Grad-Aufgabe durchrechnen: 
- Superposition von Teilfällen zur Modellierung eines komplizierten Falls \rightarrow daraus dann Castigliano / Measura Aufgabe & in Prüfung schnell durchrechnen
- Biegelinien zeichnen können

