Name: .... **Matr.-Nr.:** ....

Multiple-Choice-Test Berechenbarkeit und Komplexität
TU Berlin, 02.06.2017

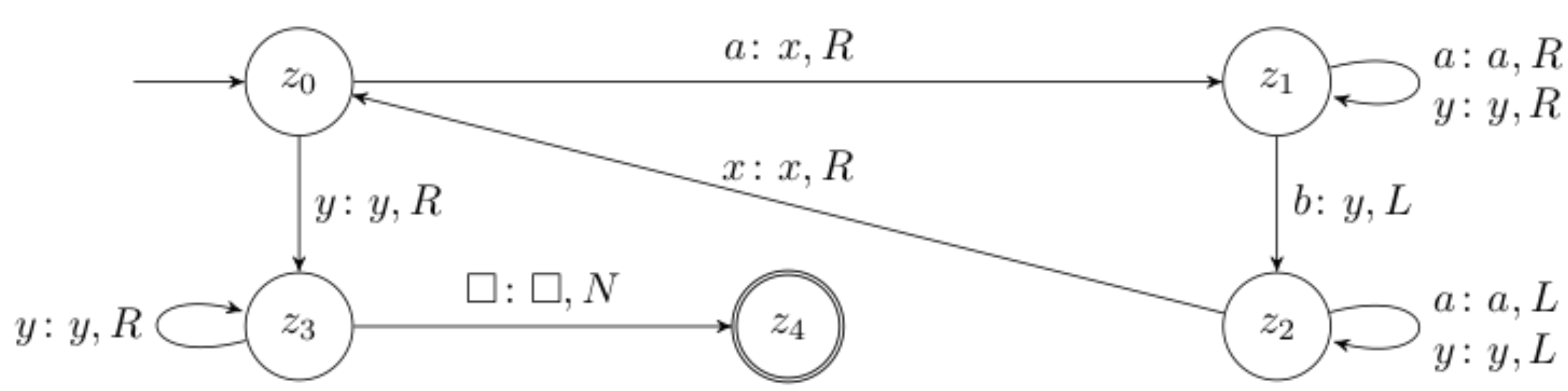
(Niedermeier/Froese/Molter, Sommersemester 2017)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.
Sobald **eine falsche** Antwort angekreuzt wurde, gibt es auf die jeweilige Frage **0 Punkte!**

Aufgabe 1: **Turing-Maschine** (6 Punkte)

Gegeben sei die Turing-Maschine $M = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \{a, b\}, \{a, b, x, y, \Box\}, \delta, z_0, \Box, \{z_4\})$, wobei δ die folgende graphische Darstellung hat:



Welche der folgenden Eingabewörter werden von M akzeptiert?

- [ ] *aabb*
- [ ] *ab*
- [ ] *bbaa*
- [ ] *baba*

Aufgabe 2: **Varianten von Turing-Maschinen** (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen über Turing-Maschinen (TM) sind korrekt?

- [ ] Für jede Sprache, die von einer Mehrband-TM M mit k Bändern akzeptiert wird, gibt es eine Einband-TM M', die dieselbe Sprache akzeptiert.
- [ ] Es existiert eine Sprache, die nicht von einer TM mit unendlich vielen Zuständen akzeptiert werden kann.
- [ ] Jede Sprache, die von einer Einband-TM M akzeptiert wird, kann auch von einer Einband-TM M' akzeptiert werden, deren Lese-Schreib-Kopf sich ausschließlich nach rechts bewegt.
- [ ] Für jede Sprache, die von einer Einband-TM M akzeptiert wird, gibt es eine TM M' mit einem in nur eine Richtung unendlichen Band, die ebenfalls diese Sprache akzeptiert.

Aufgabe 3: **Turing-Berechenbarkeit** (6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen sind Turing-berechenbar?

- ☐ $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 0, & \text{falls in den Nachkommastellen der Kreiszahl } \pi \\ & \text{genau } n \text{ viele 9'en vorkommen,} \\ 1, & \text{sonst.} \end{cases}$
- ☐ $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls die } n\text{-te Nachkommastelle der Kreiszahl } \pi \text{ eine 5 ist,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \pi - 2^x$
- ☐ $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } \frac{n}{2} > \pi, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 4: **Primitive und partielle Rekursion** (4 Punkte)

Für eine partielle Funktion $f \colon \mathbb{N}^{k+1} \to \mathbb{N}$ ist der μ-Operator gemäß Vorlesung wie folgt definiert:

$$\mu(f)(x_1, \ldots, x_k) := \begin{cases} n, & f(n, x_1, \ldots, x_k) = 0 \text{ und} \\ & f(n', x_1, \ldots, x_k) \neq 0 \text{ und definiert für alle } n' < n, \\ \perp, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Gegeben seien die folgenden primitiv-rekursiven Funktionen:

$$\begin{aligned} &\mathrm{modsub} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N},\ \mathrm{modsub}(x, y) = \max\{0, x - y\}, \\ &\exp : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ \exp(x) = 2^x. \end{aligned}$$

Außerdem sei $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ definiert als $f(x, y) := \mathrm{modsub}(y, \exp(x))$.

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ $\mu(f)(4) = 2$.
- ☐ $\mu(f)(9) = 3$.
- ☐ $\mu(f)(n) \leq \log_2(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- ☐ $\mu(f)$ ist total.
- ☐ $\mu(f)(9) = 4$.
- ☐ $\mu(f)(n) \leq \mu(f)(n + 1)$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 5: **Ackermannfunktion** (4 Punkte)

Sei $\mathrm{ack} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ die Ackermannfunktion in der Variante von Rósza Péter:

$$\begin{aligned} \mathrm{ack}(0, y) &= y + 1 \\ \mathrm{ack}(x, 0) &= \mathrm{ack}(x - 1, 1) \\ \mathrm{ack}(x, y) &= \mathrm{ack}(x - 1, \mathrm{ack}(x, y - 1)) \end{aligned}$$

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $g(y) = \mathrm{ack}(0, y)$ ist LOOP-berechenbar.
- ☐ $\mu(\mathrm{ack}) : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ist LOOP-berechenbar.
- ☐ Es existiert eine primitiv-rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ und ein $m \in \mathbb{N}$, sodass $f(n) > \mathrm{ack}(n, n)$ für alle $n > m$.
- ☐ $\mathrm{ack}(2, 0) = 2$.
- ☐ ack ist eine totale, μ-rekursive Funktion.