

Wiederholung Multiple-Choice-Test zu Berechenbarkeit und Komplexität (A)

TU Berlin, 07.07.2020

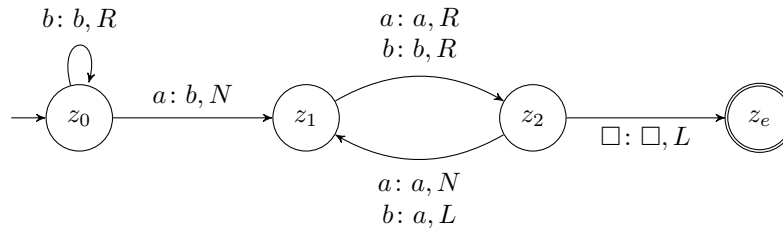
(Niedermeier/Bentert/Kellerhals, Wintersemester 2019/2020)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.Sobald eine **falsche** Antwortmöglichkeit angekreuzt wurde, gibt es **Null** Punkte für die betroffene Aufgabe.**Aufgabe 1: Turing-Maschinen**

(6 Punkte)

Betrachten Sie die Turing-Maschine $M = (\{z_0, z_1, z_2, z_e\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$, wobei δ die folgende graphische Darstellung hat:



Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

Hinweis zur Notation: Im Folgenden steht „Eingabe“ für den Bandinhalt vor der Berechnung und „Ausgabe“ für den Bandinhalt nach der Berechnung. Der Lese/Schreibkopf steht zu Beginn der Berechnung auf dem ersten Zeichen der Eingabe.

- Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe $ababa$ die Ausgabe $baaaa$.
- Die gegebene Turing-Maschine akzeptiert alle Eingaben der Länge mindestens 3.
- Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe $a^i b^j$ die Ausgabe $ba^{i-1} b^j$.
- Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe $babab$ die Ausgabe $bbbaa$.
- Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe $b^i a^j$ mit $i, j \geq 1$ die Ausgabe $b^{i+1} a^{j-1}$.
- Die gegebene Turing-Maschine terminiert bei der Eingabe $babbab$.

Aufgabe 2: WHILE-Berechenbarkeit

(4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- Jede WHILE-berechenbare Funktion ist auch LOOP-berechenbar.
- Jede LOOP-berechenbare Funktion ist auch WHILE-berechenbar.
- Jede GOTO-berechenbare Funktion ist auch WHILE-berechenbar.
- Jede LOOP-berechenbare Funktion ist total.
- Jede WHILE-berechenbare Funktion ist total.
- Es gibt WHILE-berechenbare Funktionen, die auch LOOP-berechenbar sind.

Aufgabe 3: **LOOP-Programme**

(5 Punkte)

Betrachten Sie folgendes LOOP-Programm:

Input: Eine natürliche Zahl $n \geq 0$.

```
1  $x_2 := x_2 + 1$ ;  
2 LOOP  $x_1$  DO  
3   LOOP  $x_2$  DO  
4      $x_0 := x_0 + 1$ ;  
5      $x_2 := x_2 + 0$   
6   END;  
7 END;
```

Die „Eingabe“ ist in x_1 gespeichert, die „Ausgabe“ steht am Ende in x_0 und für alle $i \in \{2, 3, 4, \dots\}$ ist in der Variable x_i initial 0 gespeichert.

Welche Funktion berechnet das gegebene LOOP-Programm?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\begin{cases} 1 & \text{wenn } n = 0, \\ 0 & \text{wenn } n > 0 \end{cases}$ | <input type="checkbox"/> $\begin{cases} 0 & \text{wenn } n = 0, \\ 1 & \text{wenn } n > 0 \end{cases}$ |
| <input type="checkbox"/> n | <input type="checkbox"/> $2 \cdot n$ |

Aufgabe 4: **Berechenbare Funktionen**

(6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen $d, f, g, h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sind Turing-berechenbar?

- $d(x) = \lceil \frac{x}{2} \rceil$
- $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ eine HAMILTON PATH-Instanz kodiert, die eine Lösung hat.} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
- $g(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ eine HALTEPROBLEM-Instanz kodiert, die nicht terminiert.} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
- $h(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ eine PCP-Instanz kodiert, die eine Lösung hat.} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 5: **Mächtigkeit von Turing-Maschinen**

(4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- Für jede totale Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gibt es höchstens eine Turing-Maschine, die diese berechnet.
- Für jede totale Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gibt es mindestens eine Turing-Maschine, die diese berechnet.
- Für jede Turing-berechenbare Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gibt es mindestens eine Turing-Maschine, die diese berechnet.
- Es gibt eine Turing-berechenbare Funktion f , sodass nur Turing-Maschinen mit mindestens vier Bändern f berechnen können.
- Jede Turing-berechenbare totale Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ kann von einer Turing-Maschine akzeptiert werden, deren Lese/Schreibkopf sich in jedem Rechenschritt nach rechts oder nach links bewegt.