

1 Transformationen

1.1 Transformationsmatrizen

In den folgenden Teilaufgaben sind die Koeffizienten von 4×4 Transformationsmatrizen zur Repräsentation von affinen Abbildungen im \mathbb{R}^3 zu bestimmen. Dabei sollen die Koeffizienten so genau wie möglich angegeben werden, d.h. wenn möglich Zahlenwerte, ansonsten Bezeichner, wobei notwendigerweise gleiche Koeffizienten gleiche Bezeichner erhalten sollen.

Beispiel: Isotrope Skalierung

$$\begin{pmatrix} s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (1 Punkt) Anisotrope Skalierung

(b) (1 Punkt) Spiegelung an der $x = 0$ Ebene

(c) (1 Punkt) Rotation um die y -Achse

(d) (1 Punkte) Transformationen, die den Ursprung invariant lassen

(e) (1 Punkt) Inverse T^{-1} der Translationsmatrix $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(f) (2 Punkte) Spiegelung an der $x = y$ Ebene

(g) (2 Punkte) Punktspiegelung am Punkt (p_x, p_y, p_z)

- (h) (2 Punkte) Transformation A mit der Eigenschaft $A \neq I, A^2 \neq I, A^4 = I$ (es gibt mehrere Lösungen – bitte geben Sie in diesem Fall nur eine an)

2 Szenengraphen und räumliche Datenstrukturen

2.1 Szenengraphen und OpenGL

Im folgenden können Sie Primitive mit den Prozeduraufrufen `glutSolidCube(1.0)` und `gluSolidSphere(1.0, 10, 10)` erzeugen.

(a) (1 Punkt) Welche zwei Programmzeilen erzeugen einen Quader mit den Seitenlängen 8, 2, 4?

(b) (4 Punkte) Geben Sie ein Programm an, das einen Wagen darstellt. Das Chassis des Wagens soll ein Quader mit den Seitenlängen 8,2,4 sein. Der Wagen hat zwei Räder, die als Kugeln modelliert werden sollen. Die Bewegung des Wagens in x -Richtung wird durch die Variable x dargestellt. Die Räder rotieren um die Achse $(0,0,1)$ mit dem Winkel α .

2.2 Hüllkörperhierarchien

Im folgenden betrachten wir Hüllkörperhierarchien aus Kugeln.

- (a) (1 Punkt) Wie bestimmen Sie, ob ein Punkt \mathbf{x} innerhalb einer Kugel mit Zentrum \mathbf{c} und Radius r liegt?
- (b) (3 Punkte) Angenommen eine Hüllkugel schließt $2N$ Punkte (mit paarweise verschiedenen Orten) ein und Sie möchten zwei kleinere Kugeln bestimmen, die gemeinsam ebenfalls alle Punkte überdecken. Welche Größe sollten Sie dabei optimieren, damit nachfolgenden Operationen (Schnitttests u.ä.) möglichst effizient sind? Warum sollten Sie nicht versuchen, die Kugeln so zu wählen, dass jede genau N Punkte überdeckt? Begründen Sie Ihre Antworten.

3 Projektive Abbildungen

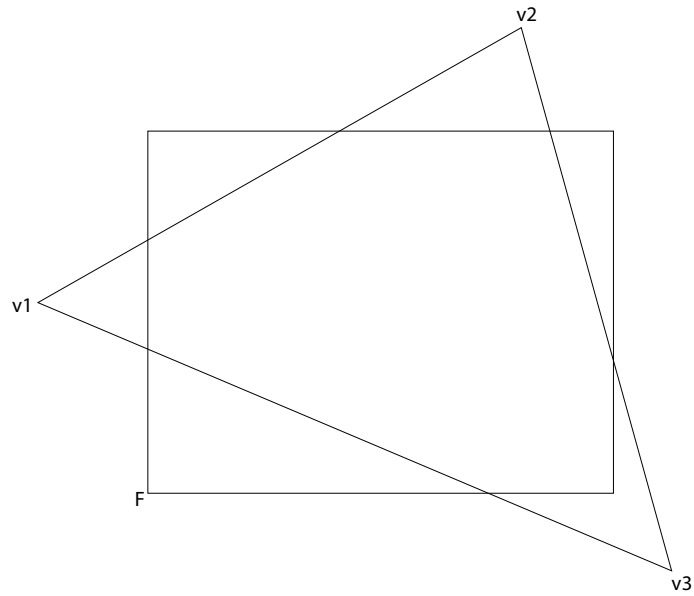
- (a) (2 Punkte) Geben Sie die homogene Matrixrepräsentation einer isometrischen Projektion auf die XY-Ebene an.
- (b) (1 Punkt) Geben Sie die homogene Matrixrepräsentation einer perspektivischen Transformation mit einem Hauptfluchtpunkt in $(0,-2,0)$ an.

- (c) (2 Punkte) Welche Punkte sind Fixpunkte perspektivischer Transformationen? Beschreiben Sie explizit welcher Teil der uneigentlichen Punkte zu den Fixpunkten gehört.

4 Clipping

(a) (2 Punkte) Wie testet man ob ein Liniensegment (i) völlig innerhalb, oder (ii) völlig ausserhalb des Sichtfensters liegt?

- (b) (4 Punkte) Gegeben sei das Sichtfenster F sowie das Polygon v_1, v_2, v_3 . Clippen Sie v_1, v_2, v_3 an F mittels des Sutherland-Hodegeman Algorithmus. Verwenden Sie folgenden Clip Reihenfolge: oben, rechts, unten, links. Zeichnen Sie jedes Zwischenergebnis in eine neue Skizze und geben Sie jeweils das resultierende Polygon an.



5 Sichtbarkeit

- (a) (3 Punkte) In der Vorlesung wurden drei Algorithmen zur Bestimmung von Sichtbarkeit behandelt: BSP, Z-Buffer und Ray Tracing. Geben Sie für jeden dieser drei Algorithmen an, ob dieser auf der Grundidee des Painter's Algorithmus basiert und begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
- (b) (2 Punkte) Welche Nachteile treten beim Rasterisieren und der Beleuchtungsrechnung auf, wenn zur Sichtbarkeitsberechnung der Painter's Algorithmus benutzt wird?

(c) (1 Punkt) Mit welchem Wert muss der Z-Buffer initialisiert werden?

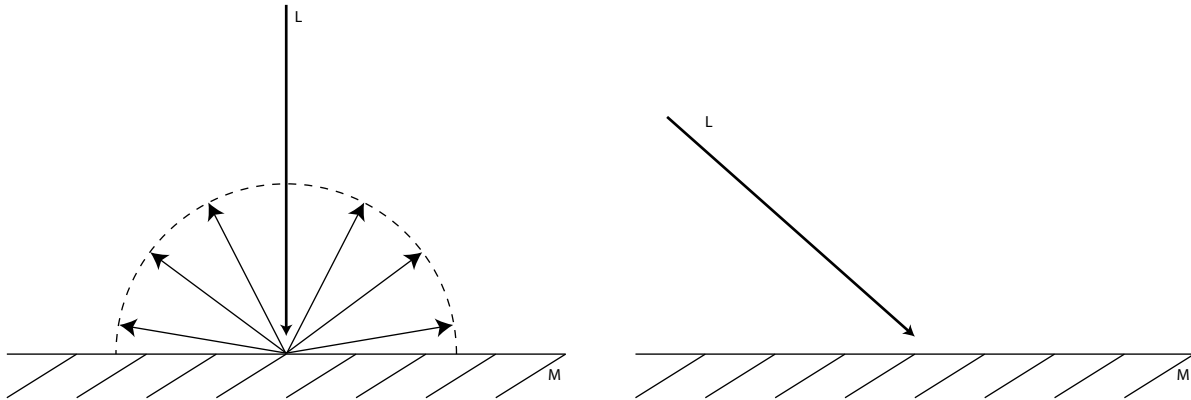
6 Beleuchtung und Farbe

6.1 Farbräume

- (a) (3 Punkte) Nennen Sie drei in der Vorlesung behandelte Farbmodelle und ordnen Sie diese jeweils einem passenden technischen Verwendungszweck zu.

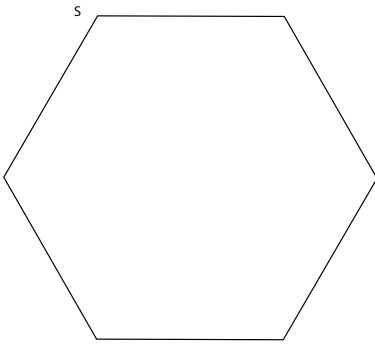
6.2 Beleuchtung

- (a) (2 Punkte) Sei L ein einfallender Lichtstrahl und M ein ideal diffus reflektierendes Material. Ergänzen Sie die Skizze rechts in Anlehnung an die Skizze links.



- (b) (3 Punkte) Aus welchen drei Komponenten setzt sich das Phong Beleuchtungsmodell zusammen?

- (c) (1 Punkt) Wie muss der Exponent im spekulären Term des Phong Beleuchtungsmodelles gewählt werden, damit eine Oberfläche wie glattes Plastik aussieht?
- (d) (2 Punkte) Sei S die Silhouette einer mittels Flat-Shading gerenderten grob tesselierten Kugel. Zeichnen Sie die Silhouette, die entsteht, wenn die Kugel nun mittels Phong Shading gerendert wird. Erläutern Sie die Wahl ihrer Zeichnung.

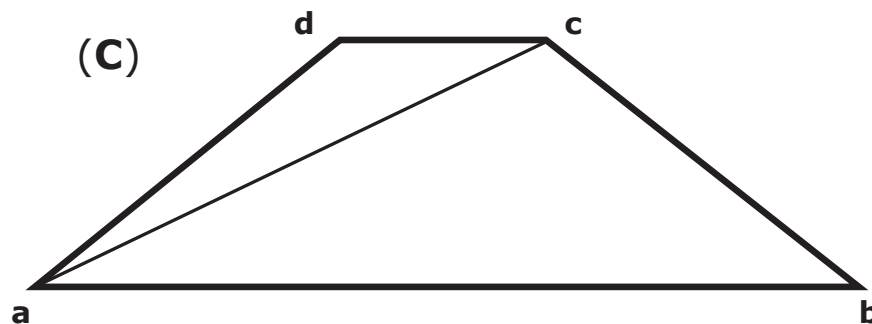
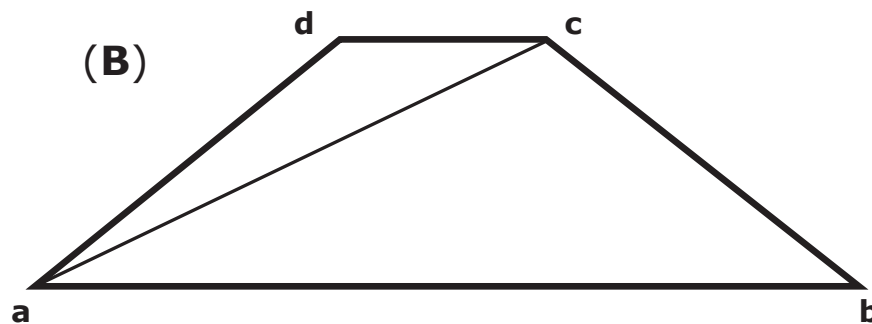
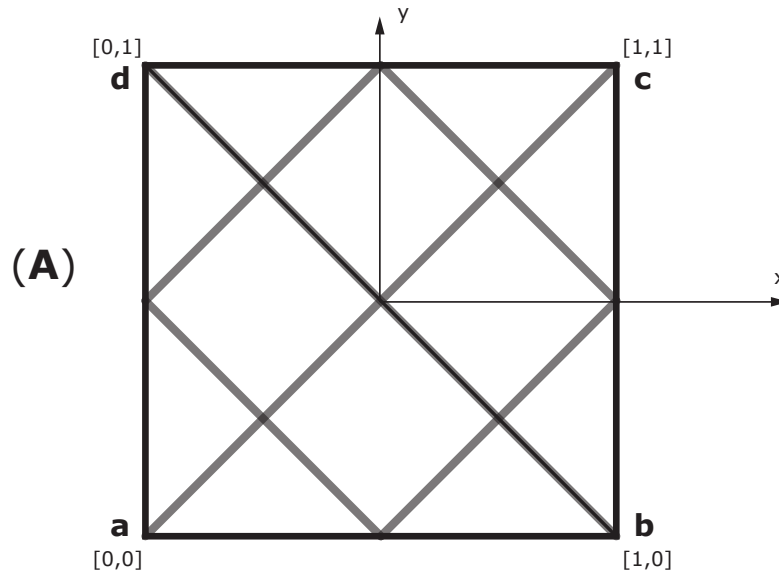


8 Texturen

8.1 Interpolation von Texturkoordinaten

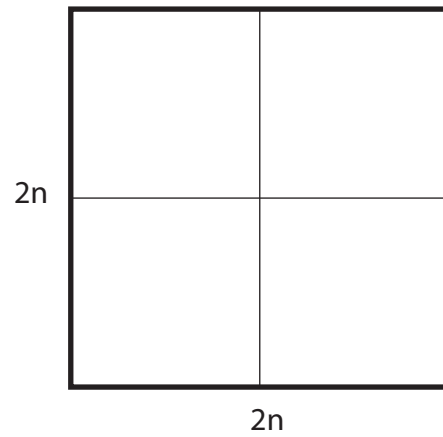
Im folgenden Diagramm soll ein Quadrat, bestehend aus den Dreiecken abd und dbc (Bild (A)), mit dem dargestellten Muster texturiert werden. Die Textur ist über den Bereich $[0, 1] \times [0, 1]$ parametrisiert, die Parameterwerte an den vier Eckpunkten sind in Bild (A) angegeben.

- (a) (6 Punkte) In den Bildern (B) und (C) ist das nicht-texturierte Quadrat nach einer Rotation um die x -Achse (perspektivisch) dargestellt. Konstruieren Sie die Textur für eine perspektivisch-korrekte Texturkoordinaten-Interpolation (in Bild (B)), und für eine lineare Texturkoordinaten-Interpolation (in Bild (C)).



8.2 Mip-Maps

- (a) (3 Punkte) Gegeben sei eine $n \times n$ Textur, bestehend aus n^2 RGB Tripeln (= Stufe 0 der Mip-Map). Zeigen Sie im folgenden Diagramm, wie und wo die ersten drei Stufen (0, 1 und 2) der zugehörigen Mip-Map gespeichert werden.



- (b) (2 Punkt) Erläutern Sie knapp die Idee des trilinearen Filters. Welches Artefakt wird durch trilineare Filterung verhindert?

9 Ausgabe und Bilder

9.1 LC Displays

(3 Punkte) Nennen Sie drei Vorteile von LC Displays gegenüber CRT Monitoren.

9.2 Bildkompression – JPEG

- (a) (2 Punkte) JPEG ist ein verlustbehafteter Codec. Welche Informationen eines Bildes gehen bei der Kompression verloren, was wird dabei ausgenutzt?

(b) (1 Punkt) Beschreiben Sie die Art von Bildern, für die die JPEG Kompression klar ungeeignet ist.

10 Raytracing

10.1 Standard Ray Tracing

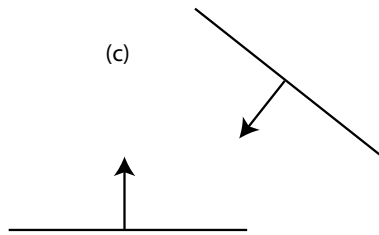
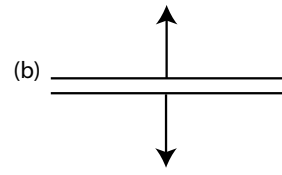
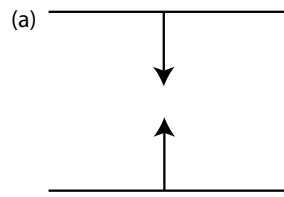
Für diesen Teil der Aufgabe nehmen Sie bitte an, dass *keine* ideal reflektierten oder gebrochenen Strahlen weiterverfolgt werden.

- (a) (1 Punkt) Sie möchten ein Bild der Auflösung $w \cdot h$ Pixel erzeugen. In der Szene befinden sich m Objekte bestehend aus jeweils n Dreiecken. Wieviele Strahl - Dreieck Schnittpunkte sind nötig? (Hinweis: Es wird kein super-/subsampling verwendet, keine Hüllkörper etc. und kein Schatten berechnet)
- (b) (2 Punkte) Nennen Sie eine Maßnahme, die die Anzahl der zusätzlich notwendigen Schnittpunkte zur Schattenberechnung verringert. Auf welchen Teil des in (a) bestimmten Faktors wirkt sich die Maßnahme aus?

11 Radiosity

- (a) (2 Punkte) Welche vereinfachenden Annahmen werden getroffen, um von der kontinuierlichen Rendering-Gleichung zur diskreten Radiosity-Gleichung zu gelangen?
- (b) (2 Punkte) Welche Bedeutung haben die Formfaktoren F_{ij} in der diskreten Radiosity-Gleichung und von welchen Variablen hängen sie ab?

(c) (2 Punkte) Ordnen Sie absteigend nach Stärke des Lichtaustausches.



- (d) (3 Punkte) Nehmen Sie an, das Radiosity Gleichungssystem sei ohne Restfehler gelöst. Wovon hängt dann noch die Bildqualität bei der Berechnung der Radiosity ab? Wie könnte diese adaptiv verbessert werden?