

April – Klausur (Rechenteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplaceta-
belle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen.
Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift
geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den
vollständigen Rechenweg an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der
beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\frac{d}{dt}\vec{y}(t) = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix} \vec{y}(t) \quad .$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Ermitteln Sie die Lösung y des Anfangswertproblems

$$y'' - 2y' + y = 2\delta(t - 1), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Dabei ist $\delta(t - 1)$ die in 1 konzentrierte Delta-Funktion.

3. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe des Separationsansatzes das Anfangswert- und Randproblem in $u(x, t)$:

$$\begin{aligned} u_{xx} - \frac{1}{2}u_t &= 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) &= 0, & u(\pi, t) = 0, & u_t(x, 0) = 8 \sin 2x. \end{aligned}$$

4. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben ist im \mathbb{R}^2 die Dreiecksfläche \mathcal{D} mit den Ecken $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(0, 1)$. Auf \mathcal{D} liegt das Randwertproblem

$$\begin{aligned} \Delta u(x, y) &= 0 && \text{innerhalb } \mathcal{D} && (*) \\ u(0, y) &= -y^2, & u(x, 0) &= x^2 && \text{für } x, y \in [0, 1] \\ u(x, y) &= 2x^2 - 1 && \text{für } x + y = 1 \text{ und } x, y \in [0, 1] \end{aligned}$$

vor.

- Zeigen Sie, dass die fünf Funktionen 1 , x , y , $x^2 - y^2$ und xy die Laplacegleichung $(*)$ erfüllen.
- Ermitteln Sie eine Lösung $u(x, y)$ durch Superposition dieser fünf Funktionen.