

Juli – Klausur (Rechenteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:

In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

11 Punkte

Bestimmen Sie zu den folgenden Differentialgleichungen zunächst die allgemeine Lösung und lösen Sie dann das Anfangswertproblem.

a) $y' = 3x^2y^2$, $y \neq 0$; $y(1) = \frac{1}{2}$.

b) $y' = \frac{2}{x}y + 1$, $x > 0$; $y(1) = 0$.

2. Aufgabe

9 Punkte

Berechnen Sie ein reelles Fundamentalsystem für das lineare DGL-System

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}$$

und geben Sie die allgemeine Lösung an.

3. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslösungen des nicht-linearen DGL-Systems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(y - 2) \\ \dot{y} &= (x + 1)(1 - y) \end{aligned}$$

Welche Gleichgewichtslösungen sind asymptotisch stabil? Welche sind instabil?

4. Aufgabe

11 Punkte

Betrachtet wird das folgende Eigenwertproblem:

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

- Geben Sie für $\lambda < 0$, für $\lambda = 0$ und für $\lambda > 0$ jeweils die allgemeine reelle Lösung der Differentialgleichung $y'' + \lambda y = 0$ an.
- Zeigen Sie, dass $\lambda = 0$ kein Eigenwert ist.
- Finden Sie alle positiven Eigenwerte λ sowie jeweils eine zugehörige Eigenfunktion.