Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 07
Penn-Karras 10. Oktober 2007

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Bestimmen Sie eine lineare, homogene Differentialgleichung 3.Ordnung mit konstanten, reellen Koeffizienten, welche

$$y_1(t) = 1 \text{ und } y_2(t) = e^{-t}\sin(2t)$$

als Lösungen hat.

2. Aufgabe 10 Punkte

Wir betrachten das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} \vec{x}$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Gleichgewichtslösung $\vec{x}(t) = 0$ stabil, instabil, bzw. asymptotisch stabil?

3. Aufgabe 12 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch?
Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an.

Es gibt **4 Punkte** für jeden Teil.
Antworten ohne Begründung geben keine Punkte.

a) Sei $\vec{x}_s \in \mathbb{R}^3$ ein stationärer Punkt des nichtlinearen Differentialgleichungssystems

$$\dot{\vec{x}} = F(\vec{x})$$

wobei $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ stetig partiell diffbar. Die Jacobi-Matrix $DF(\vec{x}_s)$ habe die Eigenwerte $-3+i$, $-3-i$ und -1. Dann ist $\vec{x}_s$ stabiler stationärer Punkt.

b) Wir betrachten das Differentialgleichungssystem $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$.
Sei $\vec{x}(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ eine Lösung des Systems. Dann ist $\vec{y}(t) = e^{-3t}\vec{x}(t)$ eine Lösung des Systems

$$\dot{\vec{y}} = (A - 3E)\vec{y}$$

c) Für die Laplacetransformierten zweier Funktionen u und v von exponentieller Ordnung gilt immer

$$\mathcal{L}[uv] = \mathcal{L}[u]\mathcal{L}[v].$$

4. Aufgabe 10 Punkte

Bestimmen Sie alle Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (\cos t)\frac{\partial u}{\partial x} \quad ,$$

die von der Form $u(x,t) = X(x)T(t)$ sind.