

Juli – Klausur (Rechenteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:

In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \vec{y} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2e^t \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Hinweis:

Das DGL-System hat eine Lösung der Gestalt $\vec{y}_p(t) = e^t \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

2. Aufgabe

11 Punkte

Berechnen Sie die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichungen:

a) $y'' + 4y' + 5y = 8 \cos t$,

b) $y' = (y + 1)^2 e^{-x}$, $y \neq -1$.

Teil (a): 7 Punkte, Teil (b): 4 Punkte.

3. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslösungen des nicht-linearen DGL-Systems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(3 - x - 2y) \\ \dot{y} &= y(3 - 2x - y) \end{aligned}$$

Welche Gleichgewichtslösungen sind asymptotisch stabil? Welche sind instabil?

4. Aufgabe

10 Punkte

a) Bestimmen Sie alle Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$u_t = 3u_{xx}$$

der Gestalt $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$, die bzgl. der Variable x periodisch sind.

b) Welche der in Teil a) bestimmten Lösungen lösen das Randwertproblem

$$u_t = 3u_{xx}, \quad u(0, t) = 0, \quad u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0?$$

c) Lösen Sie das Rand-Anfangswertproblem

$$u_t = 3u_{xx}, \quad u(0, t) = 0, \quad u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \quad u(x, 0) = 3 \sin 2x + 2 \sin 4x.$$