# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** SS 08
**Penn-Karras** 23. Juli 2008

## Juli – Klausur (Verständnisteil)
## Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .............................. Vorname: ..............................

Matr.–Nr.: .............................. Studiengang: ..............................

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |

## 1. Aufgabe

11 Punkte

Die lineare, homogene Differentialgleichung 3.Ordnung

$$y''' + a_2 y'' + a_1 y' = 0$$

mit konstanten, reellen Koeffizienten $a_1$ und $a_2$ habe die Lösung $y_1(t) = e^{-3t}\sin(2t)$.
a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

b) Bestimmen Sie die Koeffizienten $a_1$ und $a_2$.

c) Bestimmen Sie einen Ansatz vom Typ der rechten Seite für eine partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung

$$y''' + a_2 y'' + a_1 y' = 1.$$

## 2. Aufgabe

10 Punkte

Sei $y : [0, \infty) \to I\!R$ Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(t) + 2y'(t) + 7y(t) + \int_0^t e^{t-\tau} y(\tau) d\tau = \cos t$$

mit den Anfangswerten $y(0) = 3, \quad y'(0) = 2$ .
Bestimmen Sie die Laplacetransformierte $\mathcal{L}[y](s)$ von $y$. Die Rücktransformation, d.h. die Bestimmung von $y$ selbst ist nicht verlangt.

## 3. Aufgabe

9 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch?
Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an. Es gibt **3 Punkte** für jeden Teil. Antworten ohne Begründung geben keine Punkte.

a) Sei $\vec{x}_1(t)$ und $\vec{x}_2(t)$ Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} e^t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Dann ist $\vec{x}_1(t) - \vec{x}_2(t)$ Lösung des entsprechenden homogenen Systems.

b) Wir betrachten die nichtlineare Differentialgleichung $x' = f(x)$, wobei $f : I\!R \to I\!R$ stetig differenzierbar. Es gelte $f(1) = 0$ und $f'(1) < 0$. Dann ist 1 stabiler Gleichgewichtspunkt.

c) Die Laplacetransformierten der stetigen Funktionen $y : [0, \infty) \to I\!R$ von exponentieller Ordnung sei $\mathcal{L}[y](s) = \frac{s^3+4}{s^6+1}$ . Dann ist

$$\mathcal{L}[e^{2t} y(t)](s) = \frac{(s^3+4)(s-2)}{s^6+1}.$$

## 4. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie alle Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + x^2)\frac{\partial u}{\partial x} \quad ,$$

die von der Form $u(x, t) = X(x)T(t)$ sind.