

Februar – Klausur (Rechenteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \vec{x} .$$

2. Aufgabe

12 Punkte

- a) Bestimmen Sie alle (reellen) Lösungen der Differentialgleichung

$$4u_{xx} = u_t$$

der Gestalt $u(x, t) = X(x)T(t)$, die periodisch in x sind.

- b) Welche der in a) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Randbedingungen

$$u(0, t) = u(2, t) = 0 ?$$

- c) Lösen Sie das Anfangs-Randwertproblem

$$\begin{aligned} 4u_{xx} &= u_t \\ u(0, t) &= u(2, t) = 0 \\ u(x, 0) &= 3 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) . \end{aligned}$$

3. Aufgabe

8 Punkte

- a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y' &= \cos(x) e^y \\ y(\pi) &= 0 . \end{aligned}$$

- b) Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + 10y = 0 .$$

4. Aufgabe

11 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslösungen des nicht-linearen DGL-Systems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(3 - x - 2y) \\ \dot{y} &= y(4 - 3x - y) . \end{aligned}$$

Welche Gleichgewichtslösungen sind asymptotisch stabil? Welche sind instabil?