

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

12 Punkte

- a) Geben Sie eine lineare, homogene Differentialgleichung mit konstanten, reellen Koeffizienten an, die die Lösung

$$y(t) = t \cos t$$

hat. Wählen Sie die Ordnung der Differentialgleichung so niedrig wie möglich. Begründen Sie Ihre Wahl der Ordnung.

- b) Geben Sie ein Fundamentalsystem zu dieser DGL an.
- c) Geben Sie einen Ansatz vom Typ der rechten Seite für eine partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung an, wenn die Inhomogenität der obigen DGL

$$b(t) = \cos t$$

lautet.

2. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung an. Antworten ohne Begründung geben keine Punkte.

- a) Zu der Differentialgleichung

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}$$

gibt es zwei linear unabhängige Lösungen, da die gesuchte Funktion $u(x, t)$ zwei unabhängige Variable hat.

- b) Sei A eine 4×4 -Matrix mit den Eigenwerten $-1, 0, i, -i$. Ist die Gleichgewichtslösung $\vec{x}_0 = \vec{0}$ zu dem Differentialgleichungssystem

$$\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$$

stabil, asymptotisch stabil oder instabil?

3. Aufgabe

8 Punkte

Sei $y : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(t) + 2y'(t) + \int_0^t y(t - \tau) \cos \tau d\tau = \sin t$$

mit den Anfangswerten $y(0) = 2, y'(0) = 4$. Bestimmen Sie die Laplacetransformierte $L[y](s)$ von y . Die Rücktransformation, d.h. die Bestimmung von y selbst ist nicht verlangt.

4. Aufgabe

12 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung an. Antworten ohne Begründung geben keine Punkte.

a) Seien $x_1(t)$ und $x_2(t)$ zwei Lösungen der DGL

$$x'' - 3x' + x = te^t .$$

Dann ist $x_1(t) + x_2(t)$ ebenfalls eine Lösung der DGL.

b) Das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y''' + y'' - 3y' + 4y &= 0 \\ y(0) &= 1 , \quad y'(0) = 2 \end{aligned}$$

hat eine eindeutige Lösung.

c) Für das Faltungsprodukt gilt:

$$1 * f(t) = f(t) .$$