

April – Klausur (Rechenteil)  
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

9 Punkte

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{x} .$$

## 2. Aufgabe

11 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslösungen des nicht-linearen DGL-Systems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(1 - x - y) \\ \dot{y} &= y(2 - x - 3y) . \end{aligned}$$

Welche Gleichgewichtslösungen sind asymptotisch stabil? Welche sind instabil?

## 3. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$\ddot{x} - 2\dot{x} + x = te^t , \quad x(0) = 0 , \quad \dot{x}(0) = 1 .$$

## 4. Aufgabe

12 Punkte

- a) Bestimmen Sie alle (reellen) Lösungen der Differentialgleichung

$$u_{xx} + u_{tt} = 0$$

der Gestalt  $u(x, t) = X(x)T(t)$ , die periodisch in  $x$  sind.

- b) Welche der in a) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Randbedingungen

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 ?$$

- c) Welche der in b) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Randbedingung

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = 0 ?$$

- d) Welche der in c) bestimmten Lösungen erfüllen weiterhin die Anfangsbedingung

$$u(x, 0) = \sin(2\pi x) .$$