********************************************************************************

**Technische Universität Berlin** SS 2010
**Fakultät II Mathematik und Naturwissenschaften** 19.07.2010
Doz.: StR.i.H. A.Gündel-vom Hofe Ass.:P.Zito

********************************************************************************

# Juli-Klausur (Rechenteil)
# Differentialgleichungen für Ingenieure

---

Name: ........................ Vorname: ........................

Matr.-Nr.: ...................... Studiengang: .....................

---

Es ist nur ein handbeschriebenes A4 Blatt mit Notizen sowie die Laplacetabelle aus dem Netz zugelassen. Taschenrechner sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den vollständigen Rechenweg an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |

## 1. Aufgabe

**10 Punkte**

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y^2(x)y'(x) - x^2 - 2 = 0 \qquad y(0) = 1;$

(3 Punkte)

b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung des DGL-Systems $\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -9 & 9 \end{pmatrix} \vec{x}$.

( 7 Punkte)

## 2. Aufgabe

**11 Punkte**

Gegeben sei das DGL-System $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$ mit $A = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass $\vec{z}_1(t) = e^{(2+i)t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2i \end{pmatrix}$ und $\vec{z}_2(t) = e^{(2-i)t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}$ eine komplexe Lösungsbasis bilden.

(3 Punkte)

b) Ermitteln Sie eine **reelle** Lösungsbasis $\{\vec{x}_1(t),\ \vec{x}_2(t)\}$.

(3 Punkte)

c) Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung für

$$\dot{\vec{x}} = A\vec{x} + e^{2t} \begin{pmatrix} \cos(t) \\ 2\sin(t) \end{pmatrix}.$$

(5 Punkte)

## 3. Aufgabe

**9 Punkte**

Lösen Sie mit Hilfe der Laplacetransformation das folgende Anfangswertproblem:

$$y'' + y = u(t-2), \qquad y(0) = 2,\ y'(0) = -1$$

wobei $u(t)$ die Heaviside-Funktion ist.

## 4. Aufgabe

**10 Punkte**

Gegeben sei das Randwertproblem[1] $u_t - u_{xx} = 1,\ u_x(0,t) = u_x(L,t) = 0,\ t \geq 0.$

a) Finden Sie eine partikuläre Lösung $u_p(t)$, die nur vom Zeitparameter $t$ abhängt.

(2 Punkte)

b) Ermitteln Sie alle Lösungen der Form $u(x,t) = u_p(t) + X(x)T(t)$.

(5 Punkte)

c) Ermitteln Sie die Lösung mit Anfangswert $u(x,0) = 2 + 3\cos(\frac{2\pi x}{L}) + 9\cos(\frac{7\pi x}{L})$.

(3 Punkte)

[1]Hinweis: beachten Sie, dass sich die Randwerte auf die partielle Ableitung $u_x(x,t)$ beziehen.