

Gedächtnisprotokoll DS 20.07.2020

20. Juli 2020

kann sein, dass einiges nicht ganz genau ist, sorry

Aufgabe 1 (25 Punkte)

5 Graphen gegeben, treffen die Eigenschaften auf den jeweiligen Graphen zu?

der Graph G_i ist eulersch

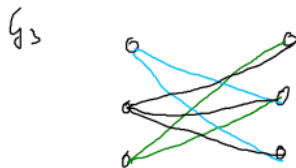
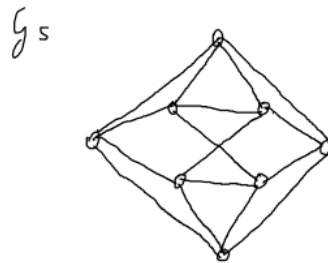
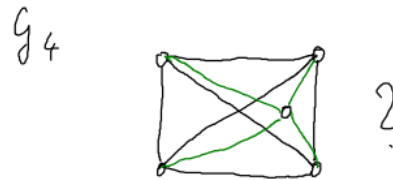
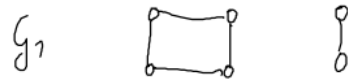
der Graph G_i ist planar

der Graph G_i enthält einen Teilgraphen, der homöomorph ist zu $K_{3,3}$

der Graph G_i ist bipartit

die chromatische Zahl von G_i ist gleich 3

ziemlich sicher noch eine, aber kann mich nicht erinnern



Aufgabe 2 (18 Punkte)

Zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen.

- (i) G ist ein Baum (zusammenhängend und kreisfrei)
 - (ii) G ist kreisfrei und wenn man eine Kante hinzufügt enthält G einen Kreis
 - (iii) G hat einen eindeutigen Pfad zwischen zwei beliebigen Knoten $u, v \in V$ mit $u \neq v$
- (oder so)

Hinweis: Zeigen Sie z.B. $i \Rightarrow ii \Rightarrow iii \Rightarrow i$

Aufgabe 3 (4 + 5 + 10 Punkte ?)

Algo aus der VL Folie 248

Eingabe: $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

Ausgabe: Färbung c

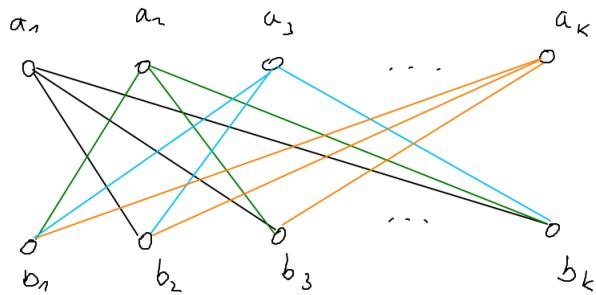
$c(v_1) \leftarrow 1;$

for $i = 2$ **to** n **do**

$c(v_i) \leftarrow \min\{k \in \mathbb{N} \mid k \neq c(u) \text{ für alle } u \in N(v_i) \cap \{v_1, v_2, \dots, v_{i-1}\}\};$

Graph D_k gegeben mit $V = \{a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_k\}$ und $E = \{\{a_i, b_j\} : i, j \in [k], i \neq j\}$. (?)

so ungefähr



(a)

Chromatische Zahl vom Graphen angeben (ohne Begründung).

(b)

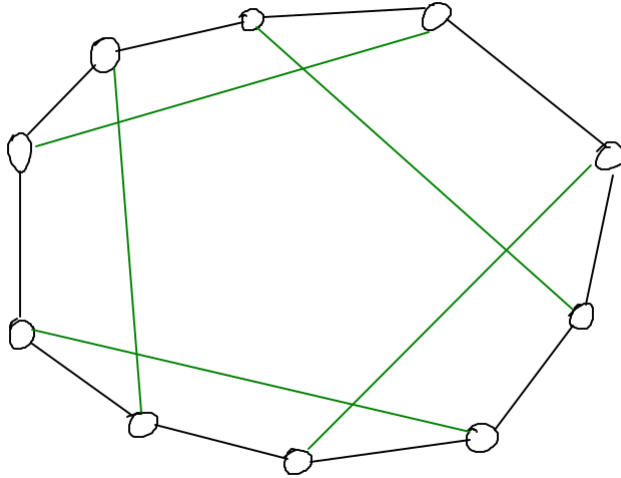
Verwendet man den Färbungsalgorithmus aus der VL mit der Reihenfolge $\{a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k\}$ wie viele Farben werden dann verwendet? (ohne Begründung glaube ich)

(c)

Zeigen Sie, dass für jeden Graphen eine Reihenfolge existiert, für die der Algorithmus die Chromatische Zahl des Graphen ausgibt.

Aufgabe 4 (5 + 5 + 10 Punkte ?)

Folgender Graph ist gegeben



(a)

Finden Sie eine minimale Kantenfärbung, schreiben Sie dafür an jede Kante eine natürliche Zahl, die die Farbe repräsentieren soll. (keine Begründung)

(b)

Zeigen Sie, dass alle 3-regulären Graphen eine gerade Anzahl von Knoten haben.

(c)

Zeigen Sie, dass alle 3-regulären Graphen, die einen Hamiltonkreis besitzen, chromatischen Index 3 haben.

Hinweis: Finden Sie 3 perfekte Matchings.

Aufgabe 5 (4 + 8 + 6 Punkte ?)

Sei \mathcal{G}_n die Menge aller Graphen, die n Knoten besitzen. Also wären z.B. die Graphen $([3], \{\{1, 2\}\})$ und $([3], \{\{1, 3\}, \{2, 3\}\})$ Elemente des \mathcal{G}_3 .

(a)

Wie viele Elemente hat die Menge \mathcal{G}_n ? (ohne Begründung)

(b)

Zeichnen Sie das Hasse-Diagramm für die Relation (\mathcal{G}_3, \preceq) wobei \preceq als "Teilgraph von" verstanden werden kann.

(Also $([3], \{\{1, 3\}\}) \preceq ([3], \{\{1, 3\}, \{2, 3\}\})$ aber $([3], \{\{1, 2\}\}) \not\preceq ([3], \{\{1, 3\}, \{2, 3\}\})$)

(c)

Interpretiere man nun das Hasse-Diagramm aus Aufgabenteil (b) als gerichteten Graphen. Wie lang ist der längste Pfad in diesem Graphen für ein beliebiges \mathcal{G}_n ? (mit Begründung)