Kurzfragentest

Energiemethoden der Mechanik – WiSe 19/20

Prof. Dr. rer. nat. Valentin Popov

Nachname	____________	Matrikelnummer	____________	Punktzahl:	/ 25
Vorname	____________	Studiengang	____________	Sichtung:	

Der vorliegende Kurzfragentest bildet den **ersten Teil der Portfolioprüfung**, die sich insgesamt aus zwei Teilen zusammensetzt und in der maximal 100 Portfoliopunkte erreicht werden können. Im Kurzfragentest können maximal 25 Portfoliopunkte erzielt werden. Für die Gesamtnote und damit das Bestehen der Portfolioprüfung zählt nur die Summe der erreichten Portfoliopunkte aus beiden Prüfungselementen. Die **Bearbeitungszeit** des Kurzfragentests beträgt **60 Minuten**. Der Großteil der Kurzfragen besitzt Multiple-Choice-Struktur, d.h. aus mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten sind die richtigen Antworten per Ankreuzen auszuwählen. Einige Kurzfragen verlangen Ergebnisse, die Sie selbst eintragen müssen. Bitte beachten Sie, dass diese Ergebnisse direkt auf dem Aufgabenblatt einzutragen sind (nur diese Eintragungen werden gewertet!).

---

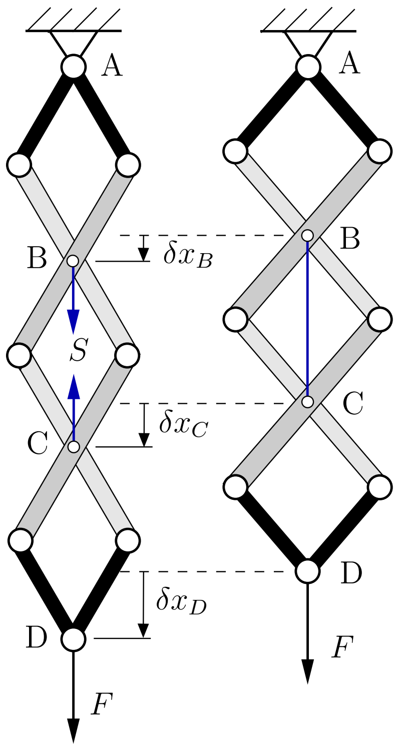
1. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen **ausschließlich** in den Einheiten kg, m und s an bzw. kennzeichnen Sie dimensionslose Größen mit „1“:

LAGRANGE-Funktion L	
Virtuelle Arbeit δA	
Dissipationsfunktion D	

2 Punkte

---

2. Am unteren Ende des skizzierten mechanischen Systems zieht eine Kraft F, wodurch das zwischen den Gelenkpunkten B und C befestigte Seil gespannt wird. Die Seilkraft kann mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit ermittelt werden. Dazu wurde das Seil freigeschnitten und das System virtuell verrückt.



   (a) Welche der nachfolgenden Beziehungen zwischen den virtuellen Verrückungen ist/sind richtig?

   ☐ $\delta x_D = 3\delta x_B$ ☐ $\delta x_B = \frac{1}{2}\delta x_C$

   (b) Wie groß ist die Seilkraft S?

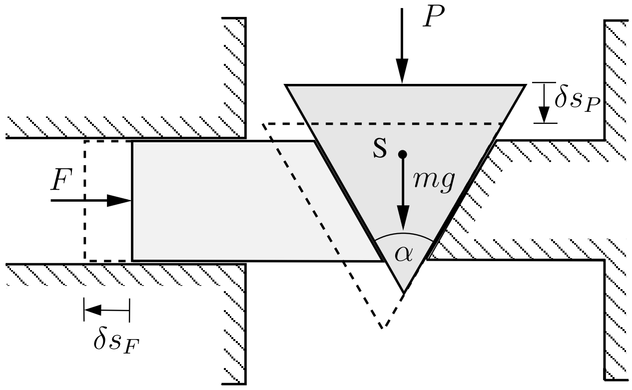
   ☐ $S = \frac{1}{3}F$ ☐ $S = \frac{2}{3}F$ ☐ $S = \frac{3}{2}F$

   ☐ $S = F$ ☐ $S = 2F$ ☐ $S = 3F$

2 Punkte

3. Ein Keil vom Gewicht mg mit dem Öffnungswinkel α wird wie skizziert durch eine vertikale Kraft P an der Oberseite belastet. Sämtliche Kontakte seien reibungsfrei und zwischen der horizontalen und vertikalen Komponente der virtuellen Verrückung des Keils (siehe strichlierte Linien) gilt der Zusammenhang:

$$\delta s_F = 2\tan(\alpha/2)\delta s_P$$



Wie groß muss die horizontale Kraft F sein, um den Keil im Gleichgewicht zu halten?

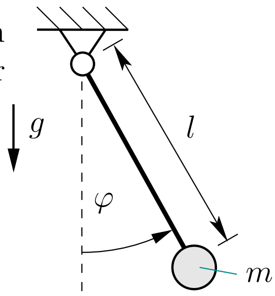
☐ $F = \dfrac{P}{2\tan(\alpha/2)} + mg$ ☐ $F = \dfrac{-P}{2\tan(\alpha/2)}$

☐ $F = 2(P + mg)\tan(\alpha/2)$ ☐ $F = \dfrac{P + mg}{2\tan(\alpha/2)}$

1 Punkt

---

4. Wie lautet die Lagrange-Funktion des skizzierten mathematischen Pendels bestehend aus einem (masselosen) Faden der Länge l und einer Punktmasse m?



☐ $L = \frac{1}{2}ml\dot{\varphi}^2 + mgl\sin\varphi$ ☐ $L = \frac{1}{2}ml^2\dot{\varphi}^2 - mgl\sin\varphi$

☐ $L = \frac{1}{2}ml^2\dot{\varphi}^2 + mgl\cos\varphi$ ☐ $L = \frac{1}{2}ml\dot{\varphi}^2 - mgl\cos\varphi$

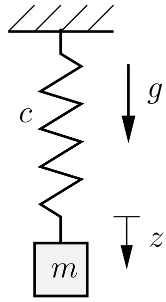
1 Punkt

---

5. Die Lagrange-Funktion des skizzierten mechanischen Systems ist durch

$$L(z, \dot{z}) = \frac{1}{2}m\dot{z}^2 - \frac{1}{2}cz^2 + mgz$$

gegeben. Wie lautet die Bewegungsdifferenzialgleichung des Systems?



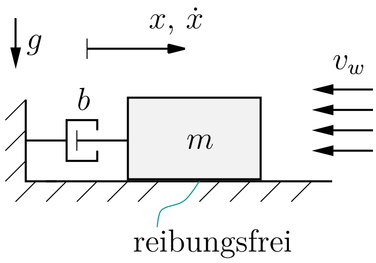
☐ $m\ddot{z} + cz - mg = 0$ ☐ $m\ddot{z} + cz + mg = 0$

☐ $m\dot{z}\ddot{z} + cz + mg = 0$ ☐ $m\ddot{z} - cz + mg = 0$

1 Punkt

---

6. Das skizzierte System zeigt einen Klotz, der sich gegen den Wind mit $\dot{x}$ nach rechts bewegt. Der Klotz ist über einen linearen Dämpfer (Dämpfungskonstante b) mit der Umgebung verbunden und gleitet reibungsfrei auf ebenem Untergrund. Die konstante Windgeschwindigkeit sei v_w, der (verallgemeinerte) Luftwiderstandsbeiwert k.



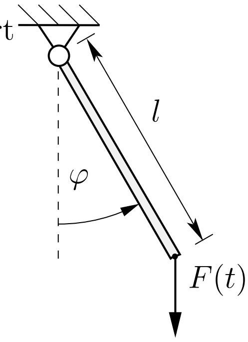
Wie lautet die Dissipationsfunktion für den Fall, dass sich der Körper nach rechts bewegt?

☐ $D = \frac{1}{2}b(\dot{x} + v_w)^2 + \frac{1}{3}k(\dot{x} + v_w)^3$ ☐ $D = \frac{1}{2}b(\dot{x} - v_w)^2 + \frac{1}{3}k(\dot{x} - v_w)^3$

☐ $D = b\dot{x} + \frac{1}{3}k(\dot{x} - v_w)^3$ ☐ $D = \frac{1}{2}b\dot{x}^2 + \frac{1}{3}k(\dot{x} + v_w)^3$

1 Punkt

7. Am Ende eines gelenkig aufgehängten Stabes der Länge l greift wie skizziert eine vertikale Einzelkraft $F(t)$ an.
Wie groß ist die generalisierte Kraft Q_φ aufgrund der Einzelkraft $F(t)$?

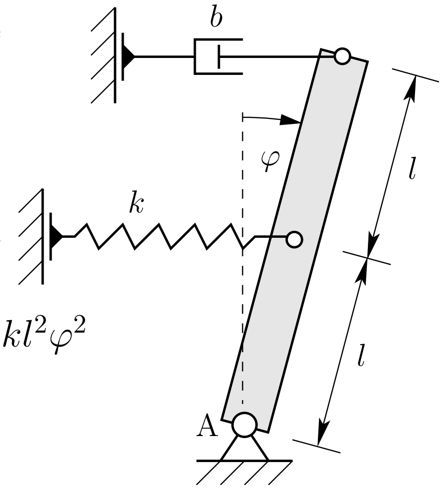


- [ ] $Q_\varphi = F$
- [ ] $Q_\varphi = F\sin\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = F\cos\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = -F\ell$
- [ ] $Q_\varphi = -F\ell\sin\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = -F\ell\cos\varphi$

1 Punkt

---

8. Ein masseloser, starrer Stab führt schwach gedämpfte Schwingungen **sehr kleiner** Winkelausschläge (und Winkelgeschwindigkeiten) um $\varphi = 0$ aus.



(a) Wie groß ist die von der linearen Feder der Steifigkeit k gespeicherte potenzielle Energie, wenn die Feder bei $\varphi = 0$ entspannt ist?

- [ ] $U = kl\varphi$
- [ ] $U = \frac{1}{2}kl\varphi^2$
- [ ] $U = \frac{1}{2}kl^2\varphi^2$

(b) Wie groß ist die nicht-konservative generalisierte Kraft Q_φ, die aus der Wirkung des linearen Dämpfers resultiert?

- [ ] $Q_\varphi = -2bl^2\dot\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = -4bl^2\dot\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = -4bl\dot\varphi^2$
- [ ] $Q_\varphi = -2bl\dot\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = -8bl^2\dot\varphi$
- [ ] $Q_\varphi = -8bl\dot\varphi^2$

2 Punkte

---

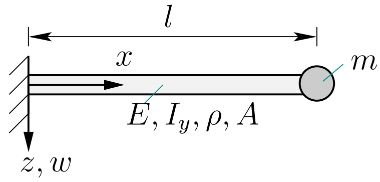
9. Wie lauten die Lagrange-Gleichungen 2. Art für ein nicht-konservatives System mit einem Freiheitsgrad, dessen Lage über die generalisierte Koordinate q charakterisiert wird?
Hinweis: Es sollen sowohl eine Dissipationsfunktion D als auch eine generalisierte (Rest-) Kraft $\hat{Q}$ berücksichtigt werden.

- [ ] $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot q} - \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial D}{\partial q} = \hat{Q}$
- [ ] $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot q} - \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial D}{\partial \dot q} = \hat{Q}$
- [ ] $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot q} - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot q} = \hat{Q}$
- [ ] $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot q} - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial q} = \hat{Q}$

1 Punkt

---

10. Ein massebehafteter Balken ist an seinem linken Ende fest eingespannt. An seinem rechten Ende ist eine Punktmasse m befestigt. Der Balken schwingt ausschließlich in Querrichtung.

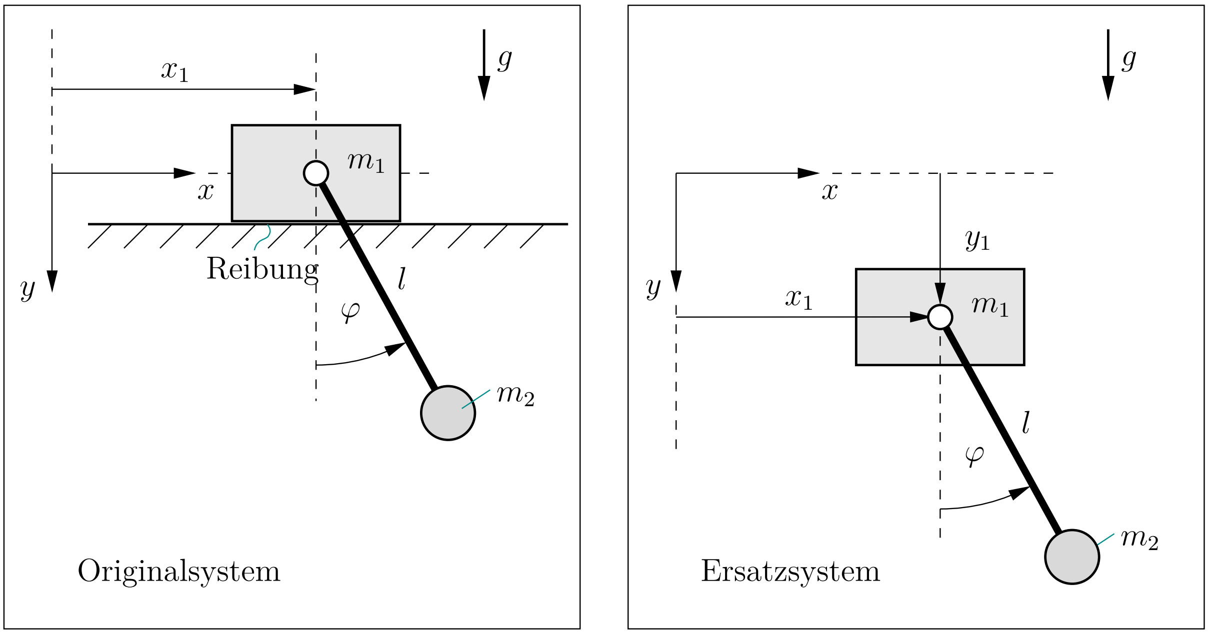


Wie lautet die Lagrange-Funktion des Systems?

- [ ] $L = \frac{1}{2}\int_0^l \rho A\dot w^2(x,t)dx + \frac{1}{2}m\dot w^2(l,t) - \frac{1}{2}\int_0^l EA\left(w'(x,t)\right)^2 dx$
- [ ] $L = \frac{1}{2}\int_0^l \rho A\dot w^2(x,t)dx + \frac{1}{2}m\dot w^2(l,t) - \frac{1}{2}\int_0^l EI_y\left(w''(x,t)\right)^2 dx$
- [ ] $L = \frac{1}{2}\rho Al\int_0^l \dot w^2(x,t)dx + \frac{1}{2}m\dot w^2(l,t) - \frac{1}{2}\int_0^l EA\left(w''(x,t)\right)^2 dx$

1 Punkt

11. Die linke Teilabbildung (Originalsystem) zeigt ein Kranpendel, welches aus einem Klotz der Masse m_1 besteht, an welchem eine masselose Stange der Länge l gelenkig angeschlossen ist, die an ihrem Ende eine Punktmasse m_2 trägt. Zwischen Klotz und Ebene besteht Coulombsche Reibung. Zur Berechnung der Bewegungsdifferenzialgleichungen müssen die Lagrange-Gleichungen 1. Art herangezogen werden, da für das Reibgesetz die Normalkraft benötigt wird. Im Sinne der Lagrange-Gleichungen 1. Art wurde dazu ein zusätzlicher Freiheitsgrad eingeführt (siehe rechte Teilabbildung - Ersatzsystem).



(a) Wie lautet die Zwangsbedingung (Nebenbedingung), die zur Berechnung der Normalkraft mit Hilfe der Lagrange-Gleichungen 1. Art benötigt wird?

☐ $g(x_1, y_1, \varphi) = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - l^2} = 0$

☐ $g(x_1, y_1, \varphi) = \sqrt{(x_1 + l\sin\varphi)^2 + (y_1 - l\cos\varphi)^2 - l^2} = 0$

☐ $g(x_1, y_1, \varphi) = y_1 = 0$

(b) Wie lautet die potenzielle Energie des Ersatzsystems (rechte Teilabbildung)?
Hinweis: Bitte beachten Sie das gegebene Koordinatensystem!

☐ $U = m_1 g y_1 + m_2 g (y_1 - l\cos\varphi)$ ☐ $U = -m_1 g y_1 - m_2 g l \cos\varphi$

☐ $U = -m_1 g y_1 - m_2 g (y_1 + l\cos\varphi)$ ☐ $U = m_1 g y_1 + m_2 g (y_1 - l\sin\varphi)$

2 Punkte

---

12. Ein Massenpunkt mit den Koordinaten x, y, z gleitet auf der Oberfläche einer Kugel vom Radius R. Der Kugelmittelpunkt befindet sich im Koordinatenursprung.
Welche der nachfolgenden Zwangsbedingungen für die Bewegung des Massenpunktes sind richtig?

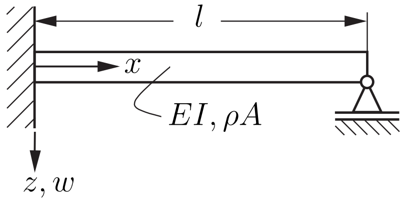
☐ $g(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 = 0$ ☐ $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$

☐ $g(x, y, z) = |x| + |y| + |z| - R = 0$ ☐ $g(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - R = 0$

1 Punkt

---

13. Für den skizzierten, transversal schwingenden Balken soll die 1. Eigenkreisfrequenz abgeschätzt werden. Dazu wurde im Rahmen des Näherungsverfahrens von Rayleigh-Ritz ein eingliedriger Ansatz für die 1. Eigenschwingungsform gemacht und die folgende Lagrange-Funktion ermittelt



$$L\left(a_1, \dot{a}_1\right) = \frac{1}{200}\rho A l^7 \dot{a}_1^2 - 2EIl^3 a_1^2 \,.$$

Wie lautet die (genäherte) erste Eigenkreisfrequenz ω_1 der Balkenschwingung?

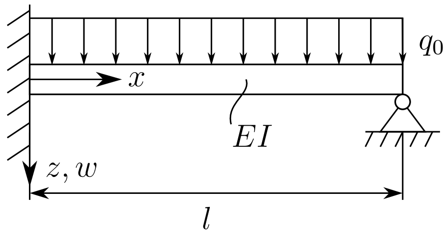
☐ $\omega_1 = 20\sqrt{\dfrac{EI}{\rho A l^4}}$ ☐ $\omega_1 = 10\sqrt{\dfrac{EI}{\rho A l^4}}$ ☐ $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

☐ $\omega_1 = \dfrac{1}{20}\sqrt{\dfrac{\rho A l^4}{EI}}$ ☐ $\omega_1 = \dfrac{1}{10}\sqrt{\dfrac{\rho A l^4}{EI}}$ ☐ $\omega_1 = \dfrac{400EI}{\rho A l^4}$

1 Punkt

---

14. Der skizzierte, linear elastische Balken (Biegesteifigkeit EI) ist durch eine konstante Streckenlast q_0 beansprucht. Gesucht ist eine Näherung für die Biegelinie $w\left(x\right)$.
Welche der folgenden Ansätze sind für das Verfahren von Ritz geeignet?



☐ $w(x) = a\left(l - x\right)^2 x$ ☐ $w(x) = a\left(l - x\right) x^2$ ☐ $w(x) = a\left(l - x\right)^2 x^2$

1 Punkt

---

15. Wie lautet die komplementäre Formänderungsenergie $\tilde{U}$ für einen kreiszylindrischen Stab der Länge l vom Querschnitt A, der gleichzeitig auf Zug und Torsion beansprucht wird?

☐ $\tilde{U} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^l \frac{N^2}{GA}dx + \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_T^2}{EI_P}dx$ ☐ $\tilde{U} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^l \frac{N^2}{EA}dx + \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_T^2}{GI_P}dx$

☐ $\tilde{U} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^l \frac{N^2}{EI_y}dx + \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_T^2}{GA}dx$ ☐ $\tilde{U} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^l \frac{N^2}{EA}dx + \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_T^2}{EI_y}dx$

Anmerkung: E und G bezeichnen den Elasitizitäts- und Schubmodul, I_y und I_P das axiale und polare Flächenträgheitsmoment.

1 Punkt

---

16. Gegeben ist die potenzielle Energie eines mechanischen Systems mit einem Freiheitsgrad durch

$$U = -mgl\sin\left(\varphi\right).$$

Die Gleichgewichtslagen im Bereich $0 \leq \varphi < 2\pi$ wurden bereits ermittelt und sind unten gegeben. Welche der Gleichgewichtslagen ist stabil bzw. instabil?

Gleichgewichtslage 1: $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{2}$ ☐ stabil ☐ instabil

Gleichgewichtslage 2: $\varphi_2 = \dfrac{3\pi}{2}$ ☐ stabil ☐ instabil

1 Punkt

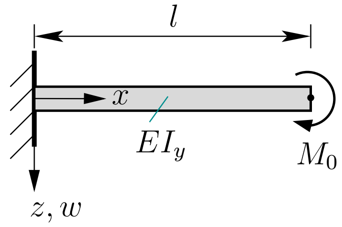
---

17. Welche der nachfolgenden Aussagen sind **richtig** und welche sind **falsch**?

	richtig	**falsch**
Die Lagrange-Funktion wird aus der Summe der kinetischen Energie und der potenziellen Energie gebildet.	☐	☐
Die Arbeit einer konservativen Kraft kann als Differenz von potenziellen Energien dargestellt werden.	☐	☐
Mit den Lagrange-Gleichungen 1. Art können auch die Bewegungsdifferenzialgleichungen eines mechanischen Systems ermittelt werden.	☐	☐
Die durch das Näherungsverfahren von Rayleigh-Ritz berechnete 1. Eigenkreisfrequenz ist immer kleiner als die exakte Eigenkreisfrequenz.	☐	☐
Für linear elastische Systeme sind potenzielle Energie (Formänderungsenergie) und komplementäre Energie (Formänderungsergänzungsenergie) gleich.	☐	☐
Die zu einem Drehwinkel zugeordnete generalisierte Kraft ist ein Moment.	☐	☐

3 Punkte

18. Ein einseitig eingespannter Balken aus linear elastischem Material (Länge l, Biegesteifigkeit EI_y) wird an seinem rechten Ende durch ein äußeres Moment M_0 belastet. Die potenzielle Energie des Balkens (Formänderungsenergie) ist durch



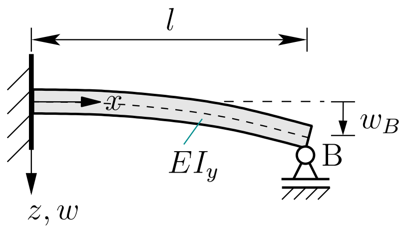
$$U\left(M_0\right) = \frac{M_0^2 l}{2EI_y}$$

gegeben. Wie groß ist der Biegewinkel am rechten Ende?

☐ $w'\left(l\right) = \dfrac{M_0 l}{EI_y}$ ☐ $w'\left(l\right) = \dfrac{M_0 l}{2EI_y}$ ☐ $w'\left(l\right) = \dfrac{M_0^2 l^2}{4EI_y}$ ☐ $w'\left(l\right) = \dfrac{-M_0 l}{2EI_y}$

1 Punkt

19. Aufgrund eines Einbaufehlers der Position des Loslagers B ist der skizzierte, linear elastische Biegebalken (Länge l, Biegesteifigkeit EI_y) vorgespannt. Die potenzielle Energie (Formänderungsenergie) als Funktion der Vertikalverschiebung w_B des Loslagers ist durch



$$U\left(w_B\right) = \frac{3EI_y w_B^2}{2l^3}$$

gegeben. Wie groß ist der Betrag der Lagerkraft $|B|$ im Punkt B?

☐ $|B| = \dfrac{EI_y w_B^3}{2l^3}$ ☐ $|B| = \dfrac{3EI_y w_B}{l^3}$ ☐ $|B| = \dfrac{EI_y w_B^3}{2l^5}$ ☐ $|B| = 0$

1 Punkt