

Gedächtnisprotokoll

Algorithmentheorie - Sommersemester 2020

Klausur 20.07.2020

1.) Minimal Cost Flow (10 Punkte)

Matrix der Größe $n \times n$ gegeben. Es sollen Elemente mit maximaler Summe gewählt werden, so dass aus jeder Zeile und Spalte nur 1 Element gewählt wird.

Bsp:

$$M = \begin{array}{|ccc|} \hline & (6) & 4 & 2 & | \\ \hline & 3 & 4 & (8) & | \\ \hline & 2 & (6) & 5 & | \\ \hline \end{array}$$

Netzwerk bauen, Knoten, Kanten, Kapazitäten und Kosten angeben und erklären wie die Antwort abzulesen ist.

2.) (I) LP (10 Punkte ?)

a) Aufgabe (I)LP angeben

Es gibt m Drucker und n Veranstaltungen mit 1 Klausur, die gedruckt werden muss. Jede Veranstaltung i hat eine Druckzeit von t_i für alle Klausuren. Die Druckeraufträge können nicht auf mehrere Drucker aufgeteilt werden.

Jeder Drucker kann nur eine Klausur gleichzeitig drucken.

Ziel: Gesamtlaufzeit (C) (bis letzte Klausur gedruckt ist) soll minimal werden.

Hinweis: Verwenden Sie eine Variable C für die Gesamtlaufzeit.

3.) NP-schwere Probleme Spezialfall (8 Punkte ?)

Gegen ist Graph $G = (V, E)$ und k Größe der zu suchenden Clique, Frage: Gibt es eine Clique der Größe k in G ? Das NP-schwere Problem kann in Spezialfällen in polynomieller Zeit gelöst werden. Zeigen Sie, dass dies in einem der folgenden Fälle geht:

3.1) Graph G hat $n=m$ Kanten, d.h. Anzahl Knoten = Anzahl Kanten

3.2) Jede Zusammenhangskomponente hat maximal 7 Knoten

4.) 3-Colouring (10 Punkte ?)

3 Colouring kann in $O(3^k (m+n))$ gelöst werden, wenn k gegeben und die Anzahl der Knoten im minimalen Vertex Cover auf G entspricht. Zeige, dass das stimmt

(Hinweis: Nehmen Sie an, dass ein Vertex Cover der Größe k zur Eingabe gehört)

5.) Approximation (12 Punkte ?)

Knapsack Problem gegeben mit Beispiel
B = 10 (also das Fassungsvermögen des Rucksacks)

| | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|
| Objekt | o1 | o2 | o3 | o4 | o5 |
| Wert | 2 | 5 | 3 | 8 | 4 |
| Gewicht | 4 | 6 | 2 | 7 | 5 |

5.1) Gib ein optimales Beispiel ohne Beweis an

5.2) Gegeben ist folgender Algorithmus

```
Lösche alle Objekte mit Gewicht > B  
  
Sortiere Objekte absteigend nach Gewicht  
  
Wähle k max, dass gilt  $\sum_k \text{Gewicht}(j) \leq B$   
  
Wenn  $\sum_k \text{Wert}(j) \geq \text{Wert}(k+1)$  gibt Objekt(k+1) zurück  
  
sonst Objekte(1..k)
```

Zeige, dass dieser Algorithmus eine 3er Approximation ist (er ist auch eine 2er Approximation)