

## Multiple-Choice-Test zu Grundlagen der Algorithmik (D) TU Berlin, 30.05.2017

(Nichterlein/Niedermeier, Sommersemester 2017)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.

Sobald eine **falsche** Antwortmöglichkeit angekreuzt wurde, gibt es **Null** Punkte für die betroffene Aufgabe.

### Aufgabe 1: Pseudocode

(4 Punkte)

Welches Problem wird von folgendem Algorithmus gelöst? (Genau eine Antwort ist korrekt!)

*Hinweis:* Die Problemkandidaten sind wie folgt definiert (die Eingabe ist jeweils ein ungerichteter Graph  $G$  und eine natürliche Zahl  $k > 0$ ):

Problemname	Fragestellung
CLIQUE:	Gibt es $k$ Knoten in $G$ , die paarweise alle untereinander mit einer Kante verbunden (adjazent) sind?
INDEPENDENT SET:	Gibt es $k$ Knoten in $G$ , wo kein Knotenpaar mit einer Kante verbunden sind?
MATCHING:	Gibt es $k$ Kanten in $G$ , sodass kein Knoten Endpunkt von mehr als einer dieser Kanten ist?
VERTEX COVER:	Gibt es $k$ Knoten in $G$ , sodass jede Kante in $G$ mindestens einen dieser Knoten als Endpunkt hat?

**Input:** Ein zusammenhängender ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k$ .

```

1 foreach  $V' \subseteq V$  mit  $|V'| = k$  do
2    $answer \leftarrow true$ 
3   foreach  $v \in V$  do
4     foreach  $w \in N(v)$  do // „ $N(v)$ “ bezeichnet die Menge der Nachbarn von  $v$ 
5       if  $v \notin V' \wedge w \notin V'$  then  $answer \leftarrow false$ 
6   if  $answer = true$  then return true
7 return false.
```

MATCHING

VERTEX COVER

CLIQUE

INDEPENDENT SET

### Aufgabe 2: Laufzeit des Pseudocodes

(6 Punkte)

Welche der folgenden Angaben sind korrekte Laufzeitabschätzungen des Algorithmus aus Aufgabe 1? (Es gilt:  $n = |V|$ ,  $m = |E|$ ,  $|n| \leq |m| + 1$  und  $\deg(v) = |N(v)|$ .)

$O\left(\binom{|V|}{k} \cdot \sum_{v \in V} \deg(v)\right)$       $O(n^k m)$       $O(n \log n)$

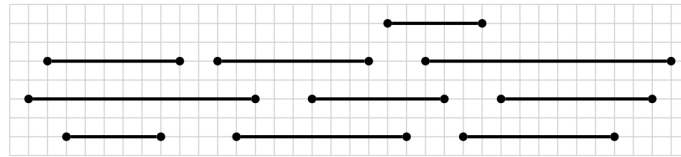
$O(2^n m)$       $O(n + m)$       $n^{O(1)}$

**Aufgabe 3: Beispiel für Matching von Intervallen**

(4 Punkte)

Gegeben ist eine Menge von Intervallen mit Start- und Endzeiten. Die Aufgabe besteht darin, möglichst viele Intervalle einander zuzuordnen (zu „matchen“), wobei sich einander zugeordnete Intervalle überschneiden müssen. Hierbei kann ein Intervall nur einem anderen Intervall zugeordnet werden.

Was ist in folgendem Beispiel die größtmögliche Anzahl an Paaren von einander zugeordneten Intervallen?



- 5       6       3       4

**Aufgabe 4: Algorithmus für Matching von Intervallen**

(6 Punkte)

Vervollständigen Sie folgenden Greedy-Algorithmus für Matching von Intervallen, indem Sie die korrekten Lückenfüller auswählen.

**Input:** Eine Menge  $\mathcal{I}$  von Intervallen.

**Output:** Eine größtmögliche Menge an Paaren von einander zugeordneten Intervallen

```

1 Function Match( $\mathcal{I}$ )
2   if  $\mathcal{I} = \emptyset$  then return  $\emptyset$ 
3   Lösche alle Intervalle aus  $\mathcal{I}$ , welche sich mit keinem anderen Intervall überschneiden.
4   Wähle das Intervall  $I \in \mathcal{I}$ , welches  A .
5    $\mathcal{I}' \leftarrow$  alle Intervalle aus  $\mathcal{I}$ , welche sich mit  $I$  überschneiden
6   Nimm das Intervall  $J \in \mathcal{I}'$ , welches  B .
7   Bestimme rekursiv eine Zuordnung  $Z$  der verbleibenden Intervalle:  $Z \leftarrow$  Match( $\mathcal{I} \setminus \{I, J\}$ )
8   Ordne  $I$  und  $J$  einander zu:  $Z \leftarrow Z \cup \{(I, J)\}$ 
9   return  $Z$ 

```

- |                                     |                       |                       |                                     |                       |                    |
|-------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/>            | A:<br>zuerst endet    | B:<br>zuletzt beginnt | <input checked="" type="checkbox"/> | A:<br>zuerst endet    | B:<br>zuerst endet |
| <input checked="" type="checkbox"/> | A:<br>zuletzt beginnt | B:<br>zuletzt beginnt | <input type="checkbox"/>            | A:<br>zuletzt beginnt | B:<br>zuerst endet |

**Aufgabe 5: Stable Matching**

(5 Punkte)

Der in der Vorlesung vorgestellte Stable-Matching-Algorithmus liefert eine „männeroptimale“ Lösung. Welche Aussagen sind immer korrekt?

*Hinweis:* Für eine stabile Zuordnung  $Z$  und einen Mann  $m$  ist  $W_Z(m)$  diejenige Frau, welche  $m$  in  $Z$  zugeordnet ist (also  $(m, W_Z(m)) \in Z$ ). Für einen Mann  $m$  ist  $A(m)$  diejenige Frau, welche vom Stable-Matching-Algorithmus  $m$  zugeordnet wird, d. h. die vom Algorithmus gefundene Zuordnung enthält das Paar  $(m, A(m))$ .

- Sei  $Z$  eine stabile Zuordnung. Dann gilt für jeden Mann  $m$ :  $W_Z(m)$  kommt in  $m$ 's Präferenzliste nicht vor  $A(m)$  (also  $A(m) = W_Z(m)$  oder  $A(m)$  kommt vor  $W_Z(m)$ ).
- Es gibt keinen Mann  $m$ , sodass  $A(m)$  an letzter Position in  $m$ 's Präferenzliste steht.
- Es gibt einen Mann  $m$ , sodass  $A(m)$  an erster Position in  $m$ 's Präferenzliste steht.
- Sei  $Z$  eine stabile Zuordnung. Dann existiert ein Mann  $m$ , sodass  $W_Z(m)$  in  $m$ 's Präferenzliste nicht vor  $A(m)$  kommt (also  $A(m) = W_Z(m)$  oder  $A(m)$  kommt vor  $W_Z(m)$ ).