

Name: .....

Matr.-Nr.: .....

**Multiple-Choice-Test zu Grundlagen der Algorithmik (A)**  
**TU Berlin, 26.05.2018**  
(Niedermeier/Bentert, Sommersemester 2018)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.

Sobald eine **falsche** Antwortmöglichkeit angekreuzt wurde, gibt es **Null** Punkte für die betroffene Aufgabe.  
Viel Erfolg!

*Aufgabe 1:* **Stable Matching**

(5 Punkte)

Gegeben seien die Mengen  $M = \{A, B, C\}$  und  $W = \{X, Y, Z\}$  mit folgenden Präferenzen:

$A : X < Y < Z,$

$X : C < A < B,$

$B : X < Y < Z,$

$Y : B < C < A,$

$C : X < Y < Z,$

$Z : A < B < C.$

Dabei bedeutet z.B. „ $X : A < B < C$ “, dass  $X$  findet, dass  $A$  besser als  $B$  ist und  $B$  besser als  $C$  ist. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? (*Erinnerung:* Stabil heißt, dass es kein Paar  $m \in M$  und  $w \in W$  gibt, sodass sich  $m$  und  $w$  jeweils den ihnen zugewiesenen Partnern vorziehen.)

Die Zuordnung  $(X, C), (Y, A), (Z, B)$  ist stabil.

Die Zuordnung  $(X, C), (Y, B), (Z, A)$  ist stabil.

Die Zuordnung  $(X, C), (Y, A), (Z, B)$  ist nicht stabil.

Die Zuordnung  $(X, C), (Y, B), (Z, A)$  ist nicht stabil.

Aufgabe 2: Pseudocode

(4 Punkte)

Welches Problem wird von folgendem Algorithmus gelöst? (Genau eine Antwort ist korrekt!)

*Hinweis:* Die Problemkandidaten sind wie folgt definiert (die Eingabe ist jeweils ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k > 0$ ). Die Frage ist jedes Mal ob eine Knotenmenge  $S$  der Größe  $k$  von  $G$  existiert, sodass die folgenden problemspezifischen Kriterien erfüllt sind.

Problemname	Kriterium
$k$ -CLIQUE	Alle Knoten in $S$ sind in $G$ paarweise untereinander mit einer Kante verbunden (sind adjazent).
$k$ -INDEPENDENT SET	Der von $S$ induzierte Subgraph enthält keine Kante.
$k$ -PATH	Der von $S$ induzierte Subgraph ist ein Pfad, d. h. $S$ besteht aus $k$ Knoten $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ und genau den Kanten $\{\{v_i, v_{i+1}\} \mid 1 \leq i < k\}$ .
$k$ -CYCLE	Der von $S$ induzierte Subgraph ist ein Kreis, d. h. $S$ ist zusammenhängend und alle Knoten haben Grad 2.

*Hinweise:*

Ein von einer Knotenmenge  $S$  induzierter Subgraph von  $G$  ist ein Graph, der aus den Knoten in  $S$  und allen Kanten aus  $G$ , die beide Endpunkte in  $S$  haben, besteht.

Die Funktion  $\deg_S(v)$  gibt die Anzahl der Nachbarn von  $v$  in  $S$  an.

---

```

input : Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k > 0$ .
1 foreach  $S \subseteq V$  mit  $|S| = k$  do
2   if inducedSubgraph( $S$ ) ist zusammenhängend then
3     foreach  $u \in S$  do
4       foreach  $v \in S \setminus \{u\}$  do
5         if  $\deg_S(u) = 1$  and  $\deg_S(v) = 1$  then
6           answer  $\leftarrow$  true
7           foreach  $w \in S \setminus \{u, v\}$  do
8             if  $\deg_S(w) \neq 2$  then answer  $\leftarrow$  false
9           if answer = true then return true
10 return false

```

---

- $k$ -INDEPENDENT SET    
  $k$ -PATH    
  $k$ -CYCLE    
  $k$ -CLIQUE

Aufgabe 3: Laufzeitanalyse

(6 Punkte)

Welche der folgenden Angaben sind korrekte Laufzeitabschätzungen des Algorithmus aus der vorherigen Aufgabe? (Es gilt:  $n = |V|$  und  $m = |E|$ .)

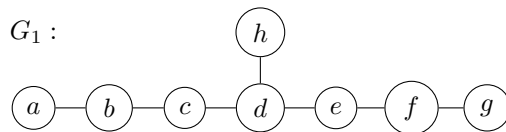
*Hinweis:* Es können mehrere Antworten korrekt sein.

- $O(n + m)$     
  $O(n^{k+3})$     
  $O(2^n \cdot k^3)$   
  $O(n \log n)$     
  $O(2^n \cdot n^3)$     
  $O(n^k)$

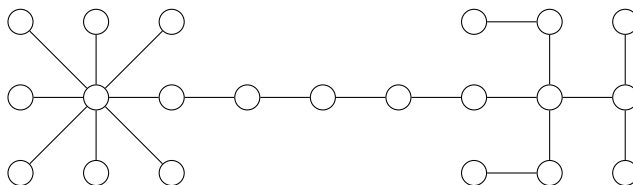
**Aufgabe 4: Beispiel für 4-CLUB auf Bäumen**

(4 Punkte)

Gegeben ist ein Baum  $G = (V, E)$ . (Ein Baum ist ein zusammenhängender kreisfreier Graph.) Die Aufgabe besteht darin, eine möglichst große Menge  $S$  von Knoten zu finden, sodass  $S$  ein 4-Club induziert, d.h. der von  $S$  induzierte Graph Durchmesser vier hat. Der Durchmesser eines Graphen ist die maximale Anzahl von Kanten eines kürzesten Pfades zwischen zwei Knoten. Der Durchmesser des folgenden Graphen  $G_1$  ist sechs, da der kürzeste Pfad zwischen  $a$  und  $g$  aus sechs Kanten besteht.



Was ist in folgendem Beispiel die Größe des größtmöglichen 4-Clubs?



9

10

11

21

*Hinweis:* Ein von einer Knotenmenge  $S$  induzierter Subgraph von  $G$  ist ein Graph, der aus den Knoten in  $S$  und allen Kanten aus  $G$ , die beide Endpunkte in  $S$  haben, besteht.

**Aufgabe 5: Algorithmus für 4-CLUB auf Bäumen**

(5 Punkte)

Vervollständigen Sie folgenden Greedy-Algorithmus für 4-CLUB auf Bäumen, indem Sie die korrekten Lückenfüller auswählen. Die Funktionen  $N_S(v)$  und  $\deg_S(v)$  geben die Menge und die Anzahl der Nachbarn von  $v$  in  $S$  an. Es gilt  $N_{G_1}(d) = \{c, h, e\}$  und  $\deg_{G_1}(d) = 3$ .

---

**Input:** Ein ungerichteter Baum  $G = (V, E)$ .

**Output:** Die Größe des größten 4-Clubs in  $G$ .

```

1 answer ← 0
2 foreach v ∈ V do
3   c ← 0
4   foreach w ∈ N_G(v) do
5     c ← c +  A
6   if c > answer then answer ←  B
7 return answer + 1

```

---

A:  
deg<sub>G</sub>(w)

B:  
c

A:  
deg<sub>G</sub>(w) - 1

B:  
c + deg<sub>G</sub>(v)

A:  
deg<sub>G</sub>(w)

B:  
c + deg<sub>G</sub>(v)

A:  
deg<sub>G</sub>(w) - 1

B:  
c