

2. Klausur

Grundlagen der Elektrotechnik I-B

17. Juni 2002

Name:

Vorname:

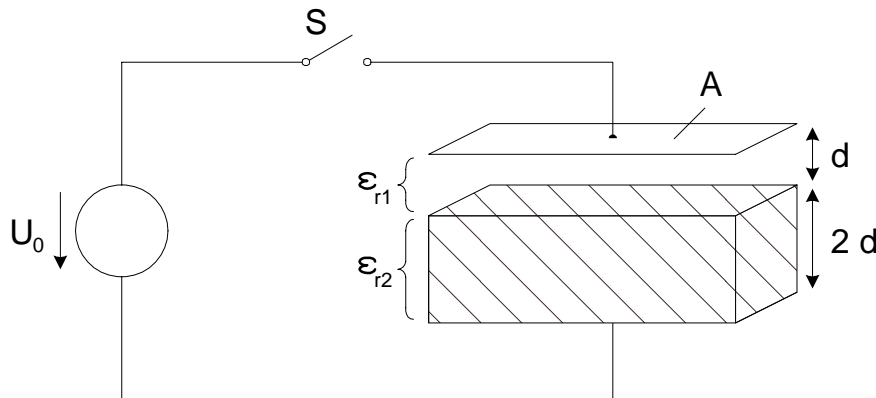
Matr.-Nr.:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

- ➡ Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- ➡ Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Schreiben Sie Ihre Lösung auch auf die Rückseiten der Blätter! Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- ➡ Schreiben Sie deutlich! Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
 - ➡ Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
 - ➡ Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**!

1. Aufgabe (5 Punkte): Elektrisches Feld

Ein Plattenkondensator der Fläche $A = 200 \text{ cm}^2$ wird auf eine Spannung $U_0 = 1000 \text{ V}$ aufgeladen. Der Schalter S wird danach geöffnet. Im Inneren des Kondensators befindet sich ein geschichtetes Dielektrikum mit $\epsilon_{r1} = 1$ (Luft) und $\epsilon_{r2} = 4$.



$$d = 1 \text{ cm}, \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Hinweis: Der Rechenweg muß erkennbar sein.

1.1. (2 Punkte)

Berechnen Sie die Gesamtkapazität in der oben dargestellten Anordnung.

Wie groß ist die elektrische Feldstärke E_2 im Dielektrikum ϵ_{r2} ?

Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Energie W ?

$$1) C_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{A}{d}; C_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{A}{2d}$$

$$C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} A}{d(2\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})} = \frac{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 4 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{10^{-2} \text{ m} \cdot 6}$$

$$= 11,8 \text{ pF} \quad (0,5)$$

$$Q = \oint_A \vec{D} dA = \epsilon_2 \oint_A \vec{E}_2 dA = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \cdot E_2 \cdot A \quad (0,5)$$

$$\Leftrightarrow E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_{r2} \cdot A} = \frac{C_{\text{ges}} \cdot U_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r2} \cdot A} = \frac{11,8 \text{ pF} \cdot 1000 \text{ V}}{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 4 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$= 16,66 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad (0,5)$$

$$W = \int_0^+ u_i dt = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} C_{\text{ges}} \cdot U_0^2 = 5,9 \mu\text{J} \quad (0,5)$$

1.2. (1 Punkt)

Man entfernt nun bei offenem Schalter S das Dielektrikum ϵ_{r2} vollständig aus dem Kondensator. Welchen Wert nimmt die Spannung am Kondensator an?

Lösung:

$$2) U = d \cdot E \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow U_1 = d \cdot E_1 = d \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \cdot A} = 10^{-2} \text{ m} \frac{11,8 \text{ pF} \cdot 1000 \text{ V}}{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \\ = 666,37 \text{ V} \quad (0,5)$$

1.3. (2 Punkte)

In der oben dargestellten Anordnung werden bei geschlossenem Schalter die Platten soweit auseinander gezogen, daß der Luftspalt ebenfalls $2 \cdot d$ beträgt.

Wie groß ist die zwischen Kondensator und Spannungsquelle bewegte Ladung ΔQ ?

Nimmt die Ladung auf dem Kondensator zu oder ab? (Begründung!)

Lösung:

$$3) C_{\text{neu}} = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \cdot \frac{A}{2d} = \frac{C_1}{2} \quad (0,5)$$

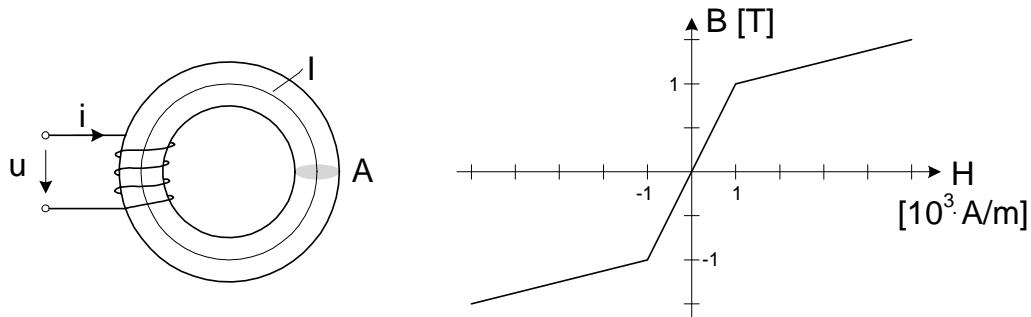
$$C_{\text{gesneu}} = \frac{\frac{C_1}{2} \cdot C_2}{\frac{C_1}{2} + C_2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + 2 \cdot C_2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} A}{d(\epsilon_{r1} + 2\epsilon_{r2})} = 7,9 \text{ pF} \quad (0,5)$$

$$\Delta Q = |Q - Q_{\text{neu}}| = U_0 |C_{\text{ges}} - C_{\text{gesneu}}| = 3,9 \text{ nAs} \quad (0,5)$$

Q nimmt ab, da die neue Gesamtkapazität kleiner geworden ist ($Q = C \cdot U$)! $(0,5)$

2. Aufgabe (5 Punkte): Induktivität einer Spule

Gegeben ist die folgende Anordnung:



$$N = 100, l = 20 \text{ cm}, A = 1 \text{ cm}^2, \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Hinweis: Der Rechenweg muß erkennbar sein.

2.1. (1 Punkt)

Berechnen Sie die Induktivität im ungesättigten Bereich!

Lösung:

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r = \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{dB}{dH} \quad (0,5)$$
$$L = \frac{100^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{20 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ T}}{10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}} = 5 \text{ mH} \quad (0,5)$$

2.2. (3 Punkte)

Berechnen Sie die Spannung $u(t)$ für den unten dargestellten Strom $i(t)$ und tragen Sie den Verlauf in das unten vorgegebene Diagramm ein. (Achsenbeschriftung nicht vergessen!)

Lösung:

$$t_0 = 0, i = 0, H = 0, B = 0 \quad (0,5)$$

$$t_1 = 10 \text{ ms}, i = 2 \text{ A}, H_1 = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{200 \text{ A}}{20 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 1000 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow B_1 = 1 \text{ T}$$

$$t_2 = 30 \text{ ms}, i = 10 \text{ A}, H_2 = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{1000 \text{ A}}{20 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 5000 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (0,5)$$

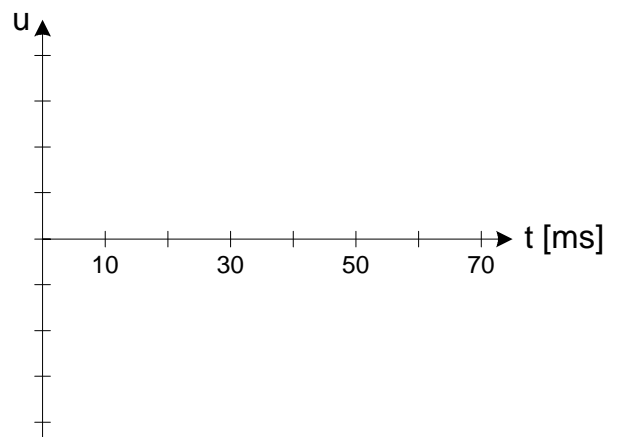
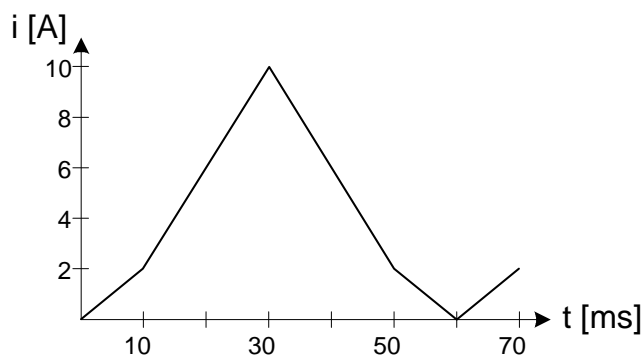
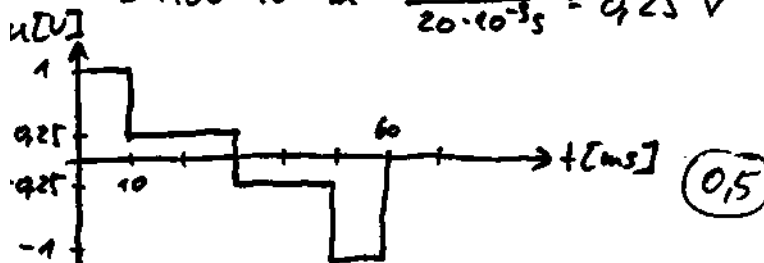
$$\Rightarrow B_2 = 1,5 \text{ T}$$

$$u_{01} = N \frac{d\phi}{dt} = N \cdot A \frac{dB}{dt} = N \cdot A \frac{B_1 - B_0}{t_1 - t_0} \quad (0,5)$$

$$= 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \frac{1 \text{ T}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 1 \text{ V}$$

$$u_{02} = N \frac{d\phi}{dt} = N \cdot A \frac{dB}{dt} = N \cdot A \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1} \quad (0,5)$$

$$= 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \frac{0,5 \text{ T}}{20 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 0,25 \text{ V}$$


2.3. (1 Punkt)

Wie groß ist die Induktion zum Zeitpunkt $t = 0$? (Begründung!)

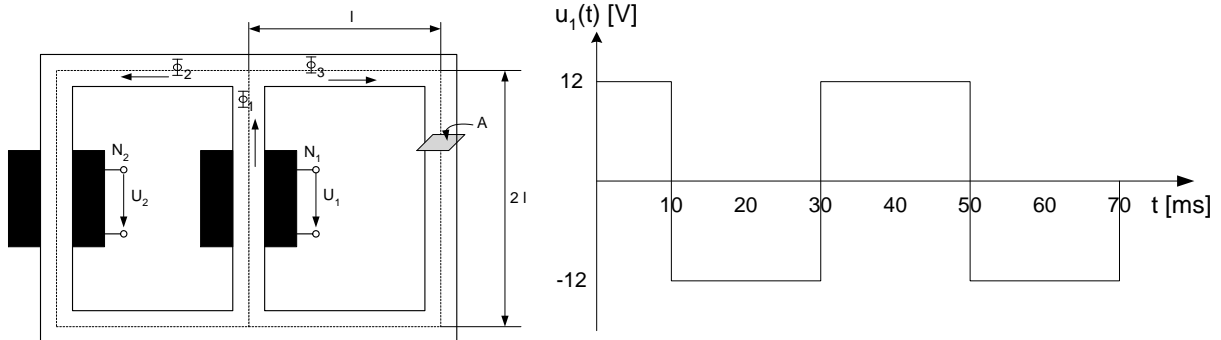
Lösung:

$$B(t=0) = B_0 = 0, \text{ da } i(t=0) = 0 \quad (0,5)$$

$$B = \mu \cdot H = \mu \frac{I \cdot N}{l} \quad (0,5)$$

3. Aufgabe (5 Punkte): Das magnetische Feld:

Gegeben ist der unten abgebildete Eisenkreis mit zwei gleichen Außenschenkeln und den Spulen L_1 und L_2 . Der Zusammenhang zwischen der Flußdichte B und der Feldstärke H sei linear.



$$l = 5\text{cm} \quad N_1 = 100 \quad \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

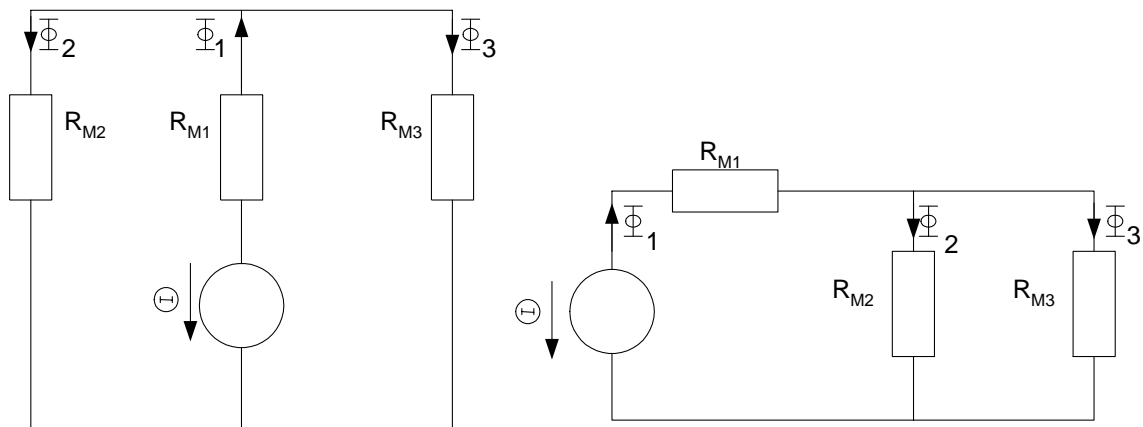
$$A = 2\text{cm}^2 \quad N_2 = 400 \quad \mu_r = 318$$

Die Spannung an der Spule 1 mit der Windungszahl N_1 habe den oben dargestellten Verlauf, der anderen Spule wird keine Spannung eingespeist.

3.1. (1 Punkt)

Stellen Sie das magnetische Ersatzschaltbild auf.

Lösung:



Wenn drei magnetische Widerstände bzw. die richtige Formel zur Berechnung des magnetischen Gesamtwiderstandes angegeben, sowie die magnetische Durchflutung Θ gezeichnet wurden. **(0,5 Punkte)**

Darstellung der drei magnetischen Teilflüsse, sowie die Richtung von Θ . **(0,5 Punkte)**

3.2. (1,5 Punkte)

Berechnen Sie den magnetischen Gesamtwiderstand für die magnetische Spannungsquelle 1.

Lösung:

 Aus Symmetriegründen gilt : $R_{M2} = R_{M3}$

$$R_{M2} = R_{M3} = \frac{4 \cdot l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} \quad (1)$$

$$= \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-2} m}{1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \cdot 2 \cdot 10^{-4} m} \quad (2)$$

$$= 2,50 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \quad (3)$$

$$R_{M1} = \frac{2 \cdot l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{1}{2} \cdot R_{M2} \quad (4)$$

$$= 1,25 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \quad (5)$$

$$R_{Mges} = R_{M1} + (R_{M2} \parallel R_{M3}) \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot R_{M2} + \frac{R_{M2} \cdot R_{M2}}{R_{M2} + R_{M2}} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot R_{M2} + \frac{R_{M2}^2}{2 \cdot R_{M2}} \quad (8)$$

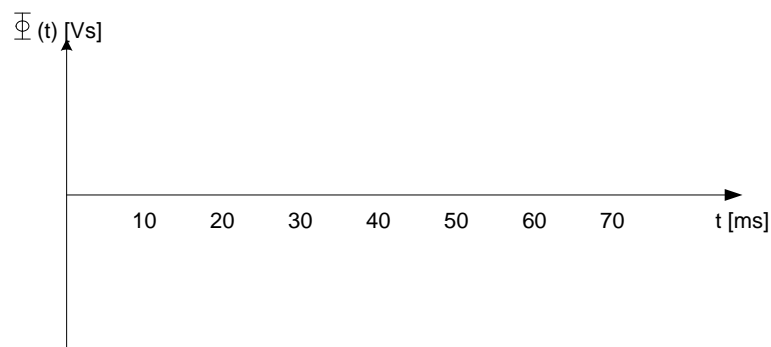
$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \cdot R_{M2} \quad (9)$$

$$= R_{M2} = 2,50 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \quad (10)$$

 Formel für R_{M1} und Formel für R_{M2} **(0,5 Punkte)**

 Für die Gleichung des magnetischen Widerstandes $R_M = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$ **(0,5 Punkte)**

 Richtiges Ergebnis **(0,5 Punkte)**
3.3. (1 Punkt)

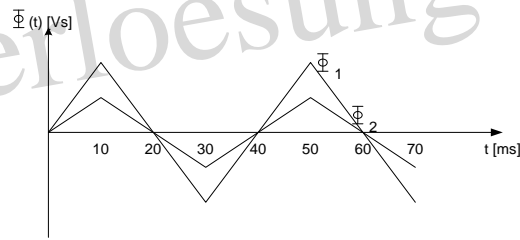
 Geben Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses Φ_1 und Φ_2 an. Die Spannung U_1 ist vorgegeben und der magnetische Fluß beträgt zu Beginn $\Phi_1(t=0) = 0Vs$.

Lösung:

Es gilt das Induktionsgesetz :

$$U_1 = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (11)$$

$$\Phi = \frac{1}{N} \int_{t_0}^t u dt + \Phi_0(t_0) \quad (12)$$

 Der Fluß Φ_1 ist größer als der Fluß Φ_2 , weil Φ_1 sich in Φ_2 und Φ_3 aufteilt.



Induktionsgesetz (0,5 Punkte)

Zeichnung der beiden Verläufe des magnetischen Flusses (0,5 Punkte)

3.4. (1,5 Punkte)

Bestimmen Sie das Verhältnis der Spannungsamplituden $\frac{U_2}{U_1}$.

Lösung:

$$U_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} \quad (13)$$

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\frac{1}{R_{M3}}}{\frac{1}{R_{M2}} + \frac{1}{R_{M3}}} \quad (14)$$

$$= \frac{\frac{1}{R_{M2}}}{2 \cdot \frac{1}{R_{M2}}} \quad (15)$$

$$\frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} \quad (16)$$

$$U_2 = \frac{N_2}{2} \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} \quad (17)$$

$$U_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} \Rightarrow \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{U_1}{N_1} \quad (18)$$

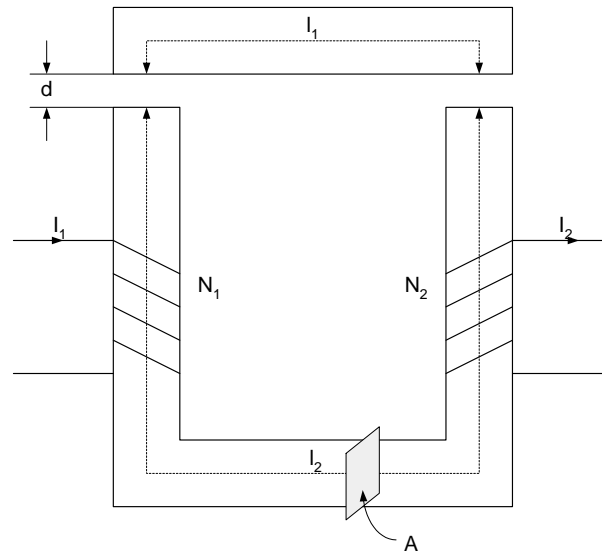
$$U_2 = \frac{N_2}{2} \cdot \frac{1}{N_1} \cdot U_1 \quad (19)$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \frac{N_2}{N_1} \quad (20)$$

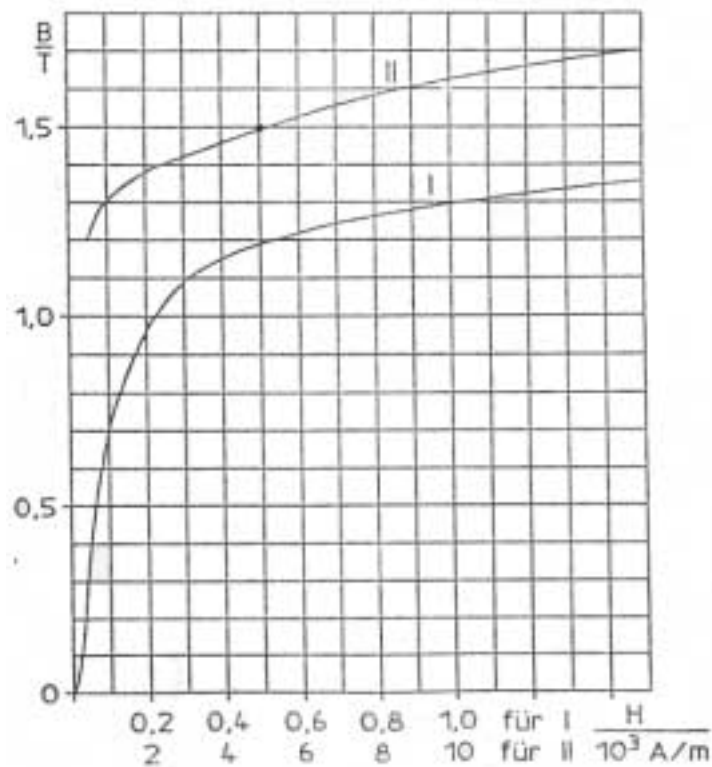
Formel $U_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt}$ (0,5 Punkte)

Formel $U_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt}$ (0,5 Punkte)

Formel $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \frac{N_2}{N_1}$ (0,5 Punkte)

4. Aufgabe (5 Punkte):


Gegeben ist folgender magnetischer Kreis mit einem nichtlinearen Eisenkern. Die Magnetisierungskurve ist dem nachfolgenden Diagramm zu entnehmen.



$$\begin{aligned}
 I_1 &= 4A & N_1 &= 1000 \\
 I_2 &= 2A & N_2 &= 500 \\
 A &= 5\text{cm}^2 & l_1 &= 15\text{cm} \\
 l_2 &= 5\text{cm} & \mu_0 &= 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}
 \end{aligned}$$

4.1. (2,5 Punkte)

Wie groß muß die Länge d des Luftspaltes sein, damit sich eine magnetische Flußdichte $B = 1,5 \text{ T}$ ergibt ?

Lösung:

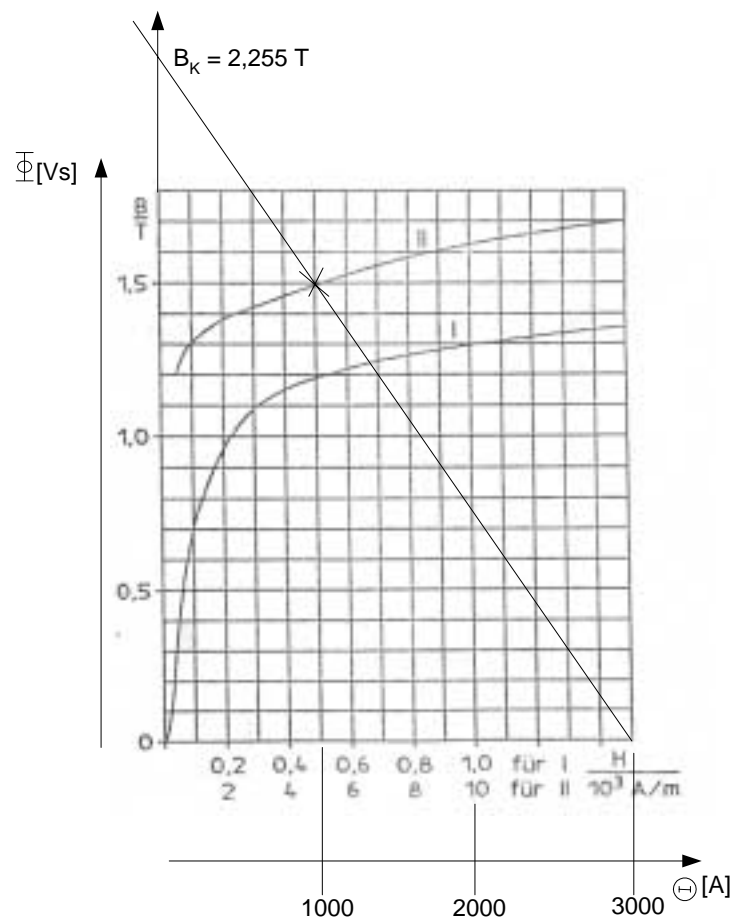
$$\Theta = N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = 3000 \text{ A} \quad (21)$$

$$V = H_{Fe} \cdot l \quad (22)$$

$$l = l_1 + l_2 = 0,2 \text{ m} \quad (23)$$

$$\Phi = B \cdot A \quad (24)$$

Erstellung der Arbeitsgeraden verläuft analog zum Transistor.



Der Fluß Φ_K ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Arbeitsgeraden mit der y-Achse.

$$\Phi_K = \frac{\Theta}{R_{ML}} = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A}{2 \cdot d} \quad (25)$$

$$\Rightarrow d = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A}{2 \cdot B_K \cdot A} \quad (26)$$

$$= \frac{3000 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{Vs} \cdot \text{m}^2}{2 \cdot 2,25} \frac{\text{Am} \cdot \text{Vs}}{\text{Am} \cdot \text{Vs}} \quad (27)$$

$$= 0,838 \text{ mm} \quad (28)$$

- Formel zur Berechnung von Θ (0,5 Punkte)
 Zeichnen der Arbeitsgeraden (0,5 Punkte)
 Umrechnung der Magnetisierungskurve (0,5 Punkt)
 Formel zur Berechnung des Luftspaltes (0,5 Punkte)
 Richtiges Ergebnis $d = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A}{2 \cdot B_K \cdot A}$ (0,5 Punkte)

4.2. (1,5 Punkte)

Welche magnetische Feldstärke H stellt sich dann im Eisen und im Luftspalt ein ?

Lösung:

Aus der Kennlinie folgt:

$$H_{Fe} = 5000 \frac{A}{m} \quad (29)$$

(30)

Und es gilt:

$$H_{Luft} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1,5}{1,256 \cdot 10^{-6}} \frac{Vs \dot{A}m}{m^2 \cdot Vs} = 1,2 \cdot 10^6 \frac{A}{m} \quad (31)$$

Ablesen der Feldstärke im Eisenkern aus dem Diagramm (0,5 Punkte)

Formel für die Berechnung der Feldstärke in der Luft (0,5 Punkte)

Richtiges Ergebnis (0,5 Punkte)

4.3. (1 Punkt)

Welcher Strom I_2 muß in der Wicklung N_2 fließen, damit die magnetische Flußdichte im Luftspalt zu Null wird ?

Lösung:

$$\Theta = 0 \quad (32)$$

$$N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2 \quad (33)$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 = \frac{1000}{500} \cdot 4A \quad (34)$$

$$I_2 = 8A \quad (35)$$

Für den Sachverhalt $N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2$ (0,5 Punkte).

Für das richtige Ergebnis (0,5 Punkte)