2. Klausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-B
16. Juni 2003

Name: . . . .

Vorname: . . . .

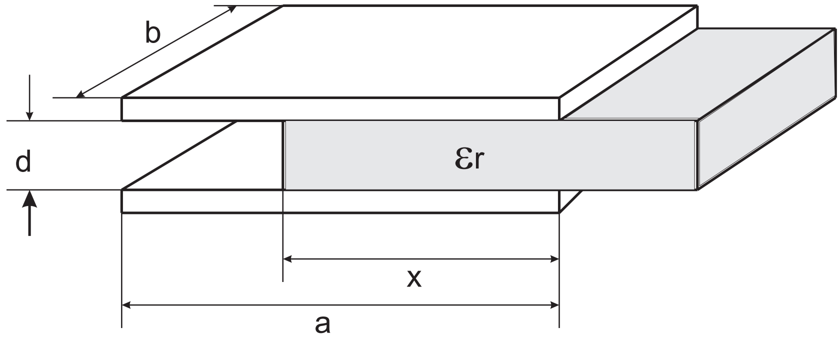
Matr.-Nr.: . . . .

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

- Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**!

1. Aufgabe (5 Punkte): Elektrisches Feld

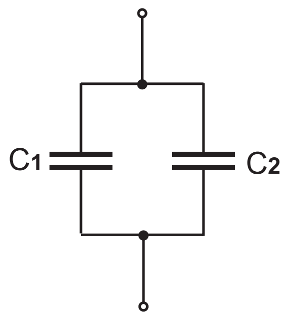
Zwei rechteckige Platten der Länge a, der Breite b haben den festen Abstand d zueinander und bilden einen Parallelplattenkondensator mit der Vakuumkapazität C_0. Dieser wird auf die Spannung U_0 aufgeladen und dann von der Spannungsquelle getrennt. Danach wird eine dielektrische Platte aus einem homogenen Material mit der Breite b und der Dicke d in Richtung der Plattenlänge a bis zu einer Eintauchtiefe x zwischen die Kondensatoren hineingeschoben. Die Dielektrizitätszahl des Materials sei ε_r. Die Randwirkungen sind zu vernachlässigen.



1.1. Ersatzschaltbild und Kapazität (2 Punkte)

Geben Sie das Ersatzschaltbild für den Kondensator mit dem eingefügten Dielektrikum an. Bestimmen Sie die Teilkapazitäten $C_1(x)$, $C_2(x)$ und die Gesamtkapazität $C_G(x)$ in Abhängigkeit von x (Die gewonnenen Ausdrücke sollen **nur** die Grössen C_0, a, x, ε_0 und ε_r enthalten).

Lösung:



$$C_0 = \frac{a \cdot b}{d}\varepsilon_0 \rightarrow b = \frac{C_0 \cdot d}{a \cdot \varepsilon_0} \tag{1}$$

$$C_1 = \frac{(a-x) \cdot b}{d}\varepsilon_0 = \frac{(a-x)C_0 \cdot d}{d \cdot a \cdot \varepsilon_0}\varepsilon_0 = \frac{a-x}{a}C_0 \tag{2}$$

$$C_2 = \frac{x \cdot b}{d}\varepsilon_0\varepsilon_r = \frac{a \cdot C_0 \cdot d}{d \cdot a \cdot \varepsilon_0}\varepsilon_0\varepsilon_r = \frac{x \cdot \varepsilon_r}{a}C_0 \tag{3}$$

$$C_G = C_1 + C_2 = \frac{C_0}{a}(a - x + x\varepsilon_r) \tag{4}$$

1.2. Spannung am Kondensator (2 Punkte)

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von x die Spannung $U(x)$. Der gewonnene Ausdruck soll **nur** die Grössen U_0, a, x, ε_0 und ε_r enthalten.

Hinweis: Die Ladung an den Platten bleibt erhalten !

Lösung:

Da die Kondensatorplatten isoliert sind, bleibt die Ladung erhalten. (5)

$$Q = U_0 \cdot C_0 = U(x) \cdot C_G(x) = const \tag{6}$$

$$U(x) = U_0 \cdot \frac{C_0}{C_G(x)} \tag{7}$$

$$U(x) = U_0 \cdot C_0 \cdot \frac{a}{C_0 \cdot (a - x + x \cdot \varepsilon_r)} = \frac{U_0 \cdot a}{a - x + x \cdot \varepsilon_r} \tag{8}$$

(9)

1.3. Relative Dielektrizitätskonstante (1 Punkt)

Die Spannung des luftgefüllten Kondensators U_0 betrage 10V. Die dielektrische Platte wurde zur Hälfte hineingeschoben. Man mißt jetzt eine Spannung von 4 V am Kondensator. Wie gross ist die relative Dielektrizitätskonstante ε_r des Dielektrikums?

Lösung:

$$x_a = 0,5a \tag{10}$$

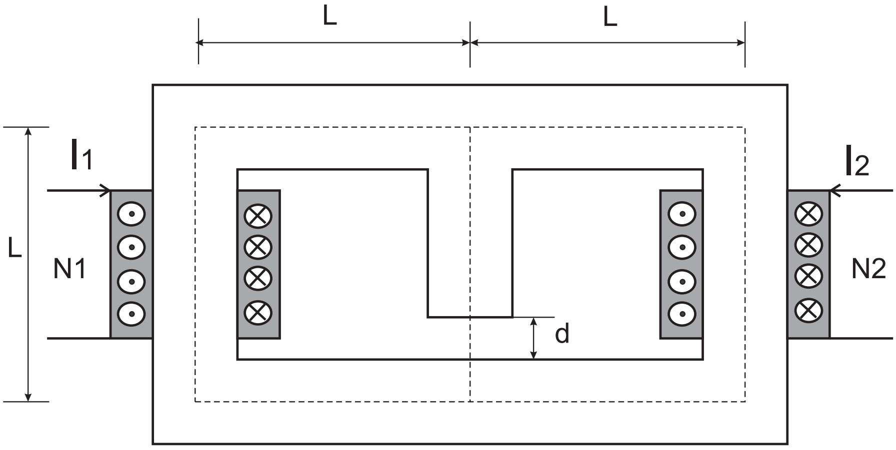
$$U(x_a) = \frac{U_0 \cdot a}{a - 0,5a + 0,5a \cdot \varepsilon_r} = \frac{U_0}{0,5a + 0,5a \cdot \varepsilon_r} \tag{11}$$

$$\varepsilon_r = 2 \cdot (\frac{U_0}{U(x_a)} - 0,5) = 2 \cdot (\frac{10V}{4V} - 0,5) = 4 \tag{12}$$

(13)

2. Aufgabe (5 Punkte): Der magnetische Kreis

Gegeben ist folgende magnetische Anordnung. Diese Anordnung ist **kein** Transformator!

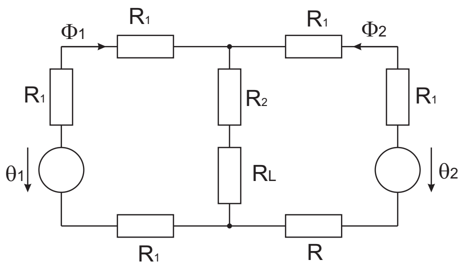


$L = 10cm$, $d = 1mm$ (Luftspalt), Querschnitt $= 1cm^2$, $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} Vs/Am$, $\mu_r = 1000/1,256$
$I_1 = 2A$, $I_2 = 1A$, $N_1 = 1000$, $N_2 = 250$

2.1. Ersatzschaltbild (2,5 Punkte)

Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der magnetischen Anordnung und berechnen Sie die Elemente des Ersatzschaltbildes.

Lösung:



$$R_1 = \frac{L}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = 1,0 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \tag{14}$$

$$R_2 = \frac{L - d}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = 0,99 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \tag{15}$$

$$R_L = \frac{d}{\mu_0 \cdot A} = 8 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \tag{16}$$

$$\Theta_1 = N_1 \cdot I_1 = 2000A \tag{17}$$

$$\Theta_2 = N_2 \cdot I_2 = 250A \tag{18}$$

2.2. Magnetischer Fluss (2 Punkte)

Berechnen Sie die magnetischen Flüsse Φ_1 und Φ_2.

Lösung:

$$\Phi_{11} = \frac{\Theta_1}{3R_1 + 3R_1 \parallel (R_2 + R_L)} = 380,99\mu Vs \tag{19}$$

$$\Phi_{12} = -\frac{\Theta_2}{3R_1 + 3R_1 \parallel (R_2 + R_L)} \cdot \frac{R_2 + R_L}{R_L + 3R_1 + R_2} = -35,71\mu Vs \tag{20}$$

$$\Phi_{21} = -\frac{\Theta_1}{3R_1 + 3R_1 \parallel (R_2 + R_L)} \cdot \frac{R_2 + R_L}{R_L + 3R_1 + R_2} = -285,67\mu Vs \tag{21}$$

$$\Phi_{22} = \frac{\Theta_2}{3R_1 + 3R_1 \parallel (R_2 + R_L)} = 47,63\mu Vs \tag{22}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = 345,28\mu Vs \tag{23}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} = -238,04\mu Vs \tag{24}$$

2.3. Magnetische Feldstärke (0,5 Punkte)

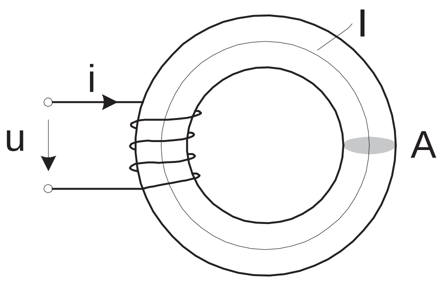
Berechnen Sie die magnetische Spannung im Luftspalt.

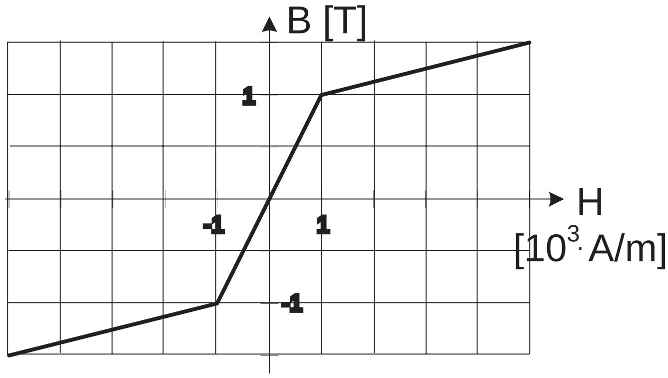
Lösung:

$$V_L = (\Phi_1 + \Phi_2) \cdot R_L = 857,04A \tag{25}$$

3. Aufgabe (5 Punkte): Induktivität einer Spule

Gegeben sei folgende Anordnung:





$$N = 20,\, l = 10\,cm,\, A = 0.5\,cm^2,\, \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}\,\frac{Vs}{Am}$$

Hinweis : Der Rechenweg muß erkennbar sein.

3.1. Berechnung der Induktivität (1 Punkt)

Berechnen Sie die Induktivität im ungesättigten Bereich!

Lösung:

$$\mathrm{A} : L = \frac{N^2}{R_m} \qquad \mathrm{B} : R_m = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} \qquad \mathrm{C} : \frac{dB}{dH} = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Gleichung B in Gleichung A eingesetzt ergibt

$$L = \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r$$

Gleichung C einsetzen

$$L = \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{dB}{dH} \qquad 0.5\,\mathrm{Punkte}$$

$$L = \frac{20^2 \cdot 0.5 \cdot 10^{-4} m^2}{10 \cdot 10^{-2} m} \cdot \frac{1T}{10^3 \frac{A}{m}} = 0.0002H = 0.2mH \qquad 0.5\,\mathrm{Punkte}$$

3.2. Spannungsverlauf (3 Punkte)

Berechnen Sie die Spannung $u(t)$ für den unten dargestellten Strom $i(t)$ und tragen Sie den Verlauf in das unten vorgegebene Diagramm ein. (Achsenbeschriftung nicht vergessen!)

Lösung:

$$t_0 = 0ms, i = 0, H_0 = 0\frac{A}{m}, B_0 = 0T \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$

$$t_1 = 10ms, i = 5A, H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{5A \cdot 20}{10 \cdot 10^{-2}m} = 1000\frac{A}{m} => B_1 = 1T \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$

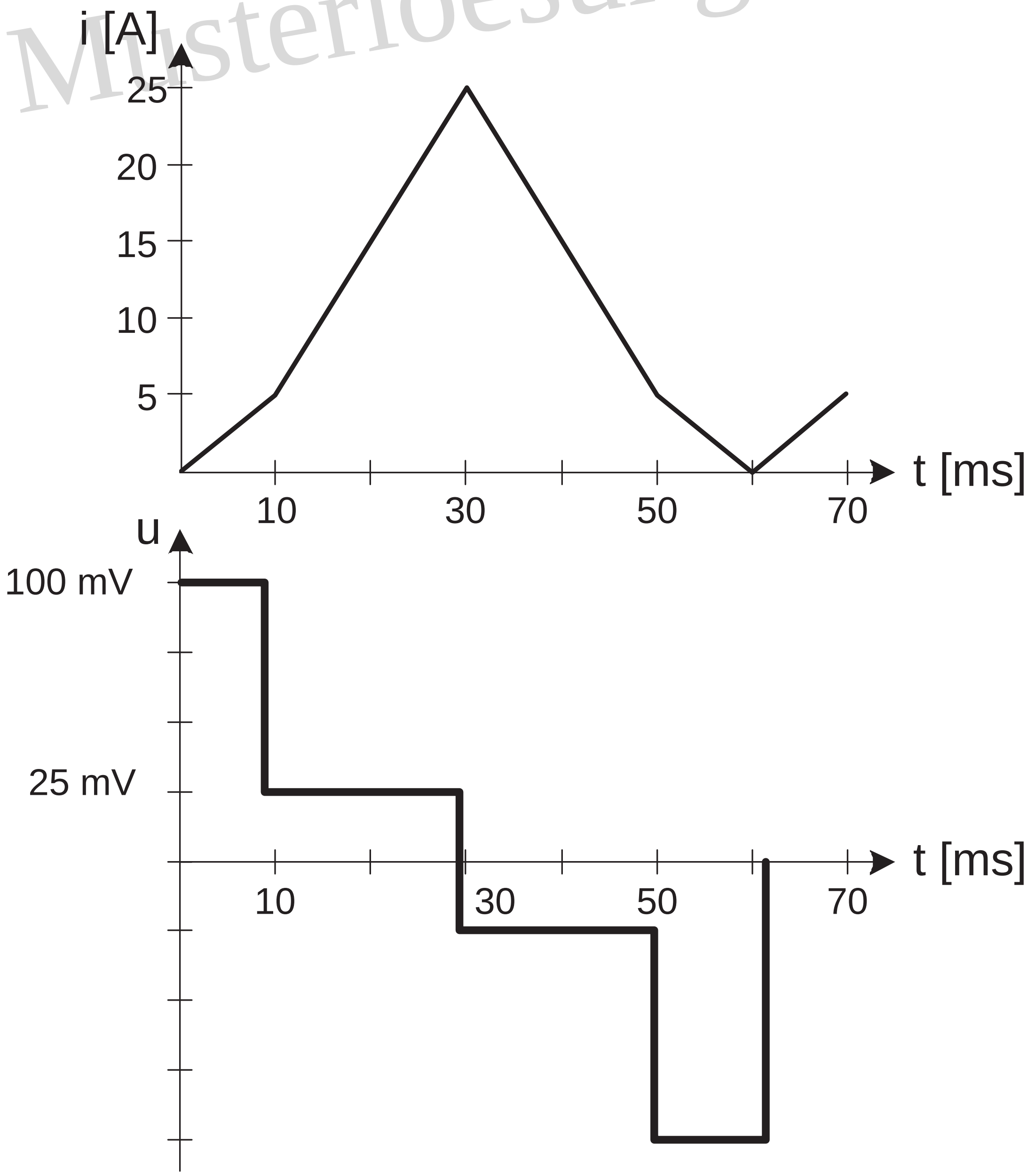
$$t_2 = 30ms, i = 25A, H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{25 \cdot 20}{10 \cdot 10^{-2}m} = 5000\frac{A}{m} => B_2 = 1.5T \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$

$$U_{01} = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{B_1 - B_0}{t_1 - t0}$$

$$= 20 \cdot 0.5 \cdot 10^{-4}m^2 \cdot \frac{1T}{10 \cdot 10^{-3}s} = 0.1V \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$

$$U_{02} = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t1}$$

$$= 20 \cdot 0.5 \cdot 10^{-4}m^2 \cdot \frac{0.5T}{20 \cdot 10^{-3}s} = 0.025V \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$



3.3. Induktion für t=0 (1 Punkt)

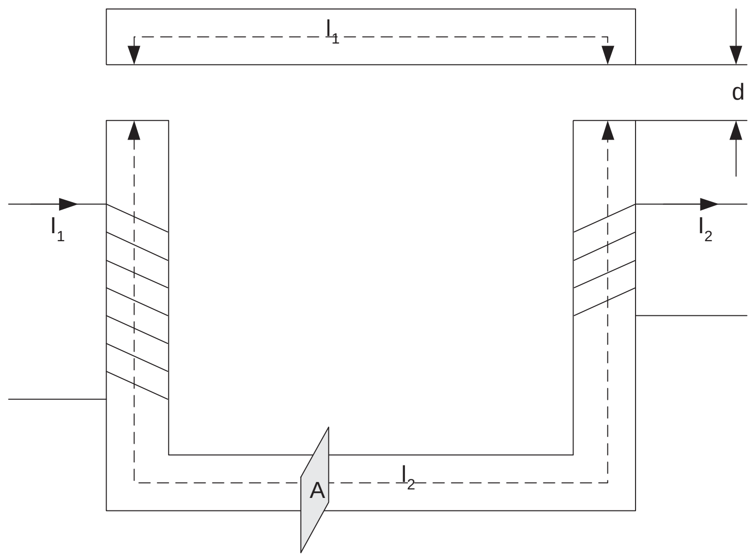
Wie groß ist die Induktion zum Zeitpunkt $t = 0$? (Begründung !)

Lösung:

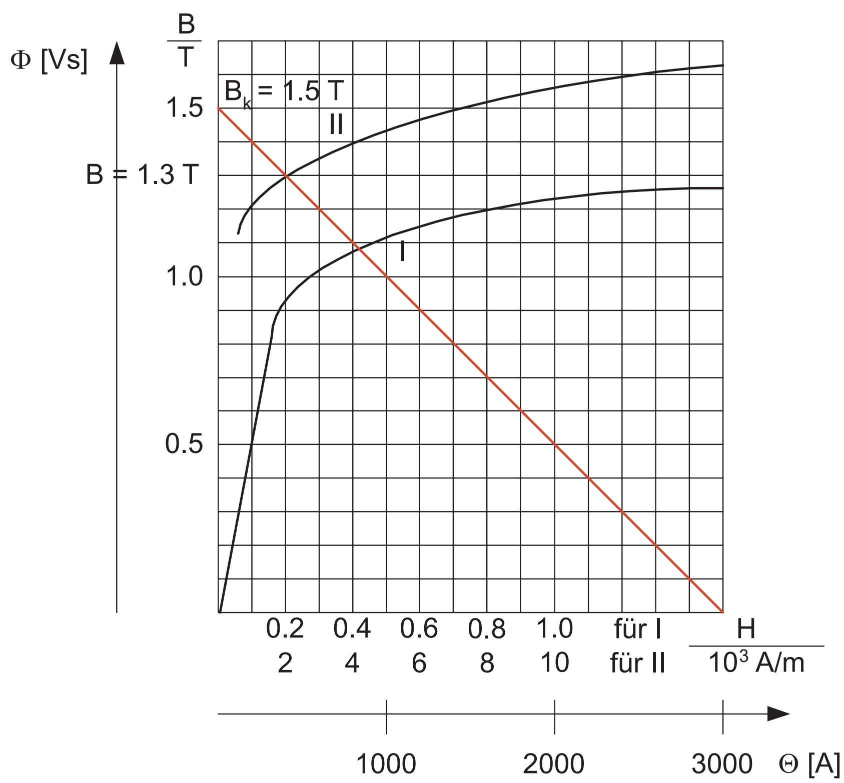
$$B = \mu \cdot H = \mu \cdot \frac{I \cdot N}{l} \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$
$$B(t=0) = B_0 = 0,, \mathtt{da}\, i(t=0) = 0 \qquad 0.5\,\text{Punkte}$$

4. Aufgabe (5 Punkte): Magnetisierungskurven

Gegeben ist folgender magnetischer Eisenkreis mit einem nichtlinearen Eisenkern. Die Magnetisierungskurve ist dem nachfolgenden Diagramm zu entnehmen.



$$\begin{array}{ll} I_1 = 2A & N_1 = 2000 \\ I_2 = 1A & N_2 = 1000 \\ l_1 = 15cm & l_2 = 5cm \\ A = 5cm^2 & \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \end{array}$$



4.1. Flußdichte (2.5 Punkte)

Wie groß muß die Länge d des Luftspaltes sein, damit sich eine magnetische Flußdichte B = 1,3 T ergibt ?.

Lösung:

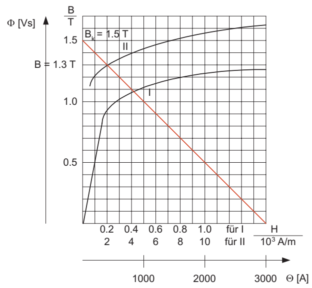
$$\Theta = N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = 3000A \quad (26)$$

$$V = H_{Fe} \cdot l \quad (27)$$

$$l = l_1 + l_2 = 0,2m \quad (28)$$

$$\Phi = B \cdot A \quad (29)$$

Erstellung der Arbeitsgeraden verläuft analog zum Transistor.



Der Fluß Φ_K ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Arbeitsgeraden mit der y-Achse.

$$\Phi_K = \frac{\Theta}{R_{ML}} = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A}{2 \cdot d} \quad (30)$$

$$\Rightarrow d = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A}{2 \cdot B_K \cdot A} \quad (31)$$

$$= \frac{3000 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,5} \frac{A \cdot Vs \cdot m^2}{Am \cdot Vs} \quad (32)$$

$$= 1,256mm \quad (33)$$

Formel zur Berechnung von Θ *(* **0,5 Punkte** *)*
Zeichnen der Arbeitsgeraden *(* **0,5 Punkte** *)*
Umrechnug der Magentisierungskurve *(* **0,5 Punkt** *)*
Formel zur Berechnung des Luftspaltes *(* **0,5 Punkte** *)*
Richtiges Ergebnis $d = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A}{2 \cdot B_K \cdot A}$ *(* **0,5 Punkte** *)*

4.2. Berechnung der Feldstärke (1.5 Punkte)

Welche magnetische Feldstärke H stellt sich dann im Eisen und im Luftspalt ein ?

Lösung:

Aus der Kennlinie folgt:

$$H_{Fe} = 2000\frac{A}{m} \quad (34)$$

$$(35)$$

Und es gilt:

$$H_{Luft} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1,3}{1,256 \cdot 10^{-6}} \frac{Vs \cdot Am}{m^2 \cdot Vs} = 1,04 \cdot 10^6 \frac{A}{m} \tag{36}$$

Ablesen der Feldstärke im Eisenkern aus dem Diagramm *(* **0,5 Punkte***)*
Formel für die Berechnung der Feldstärke in der Luft *(* **0,5 Punkte***)*
Richtiges Ergebnis *(* **0,5 Punkte***)*

4.3. Kompensation der Flußdichte (1 Punkt)

Welcher Strom I_2 muß in der Wicklung N_2 fließen, damit die magnetische Flußdichte im Luftspalt zu Null wird ?

Lösung:

$$\Theta = 0 \tag{37}$$
$$N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2 \tag{38}$$
$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 = \frac{2000}{1000} \cdot 2A \tag{39}$$
$$I_2 = 4A \tag{40}$$

Für den Sachverhalt $N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2$ *(***0,5 Punkte***).*
Für das richtige Ergebnis *(***0,5 Punkte***)*