2. Klausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-B
17. Juli 2004

Name: . . . .

Vorname: . . . .

Matr.-Nr.: . . . .

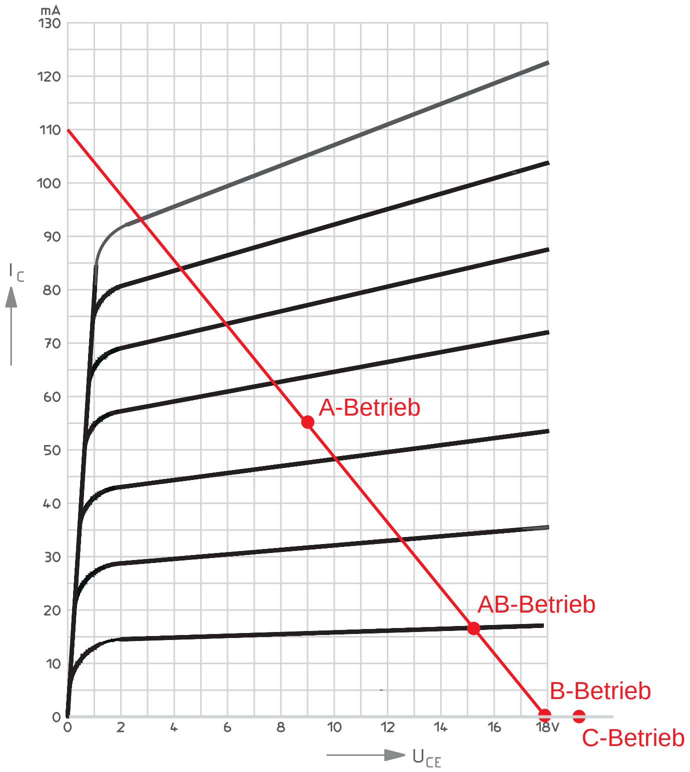
Bearbeitungszeit: 135 Minuten

- Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**!

1. Aufgabe (5 Punkte): Fragen aus verschiedenen Gebieten

Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1.1. Verstärkerbetriebsarten (1 Punkt)



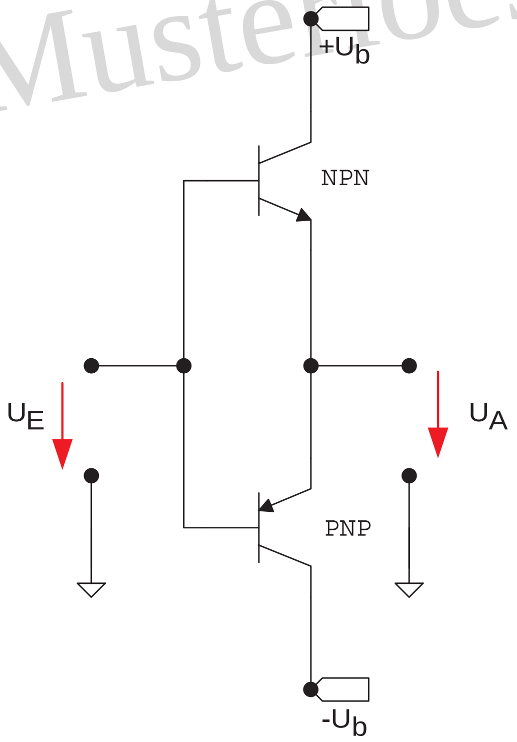
Verstärker mit Transistoren können in verschiedenen Betriebsarten betrieben werden. Kennzeichnen Sie die Lage der Arbeitspunkte im gegebenen Ausgangskennlinienfeld für

- A-Betrieb
- B-Betrieb
- AB-Betrieb

1.2. Gegentaktendstufe (0,5 Punkte)

Zeichnen Sie den prinzipiellen Aufbau einer Gegentaktendstufe mit komplementären Transistoren

Lösung:



1.3. Stromverstärkung (0,5 Punkte)

Wie beschreibt man die Stromverstärkung eines bipolaren Transistors?

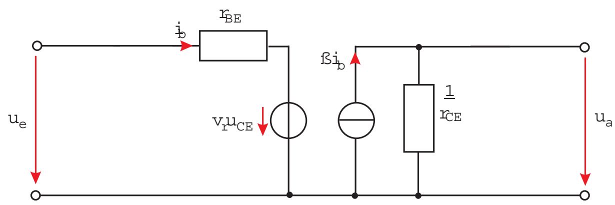
Lösung:

Die Stromverstärkung ist das Verhältnis von Kollektorstrom zu Basisistrom:

$$B = \frac{I_C}{I_B} \quad \beta = \frac{i_c}{i_b} \tag{1}$$

1.4. Ersatzschaltbild (0,5 Punkte)

Zeichnen Sie das Wechselspannungsersatzschaltbild des Transistors. Benennen Sie alle Elemente und tragen Sie Strom- und Spannungspfeile ein.



1.5. Induktivität (0,5 Punkte)

Wie errechnet man die Induktivität einer Spule mit einem Kern, dessen relative Permeabilität mit μ_{core} gegeben ist. Der Kern hat die Querschnittsfläche A, die mittlere freie Weglänge der Feldlinien ist l_{core}

Lösung:

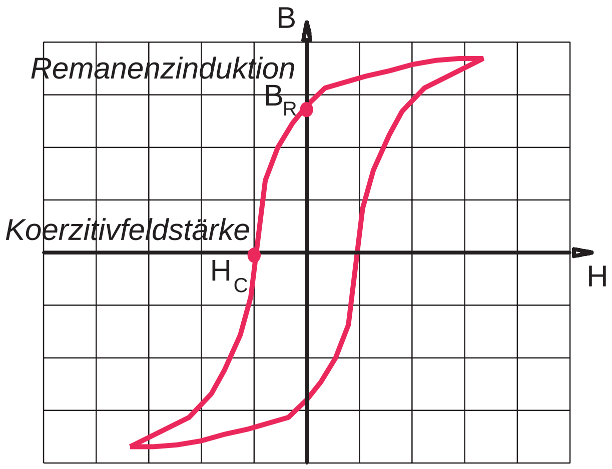
$$L = \frac{N^2}{R_{\text{core}}} \tag{2}$$

$$\text{mit } R_{\text{core}} = \frac{l_{\text{core}}}{\mu_0 \mu_{\text{core}} \cdot A} \tag{3}$$

$$L = N^2 \cdot \frac{\mu_0 \mu_{\text{core}} \cdot A}{l_{\text{core}}} \tag{4}$$

1.6. Magnetisierungskurve (0,5 Punkte)

Kennzeichnen Sie in der gegebenen Magnetisierungskurve die Remanenzinduktion und die Koerzitivfeldstärke.



1.7. Hystereseschleife (0,5 Punkte)

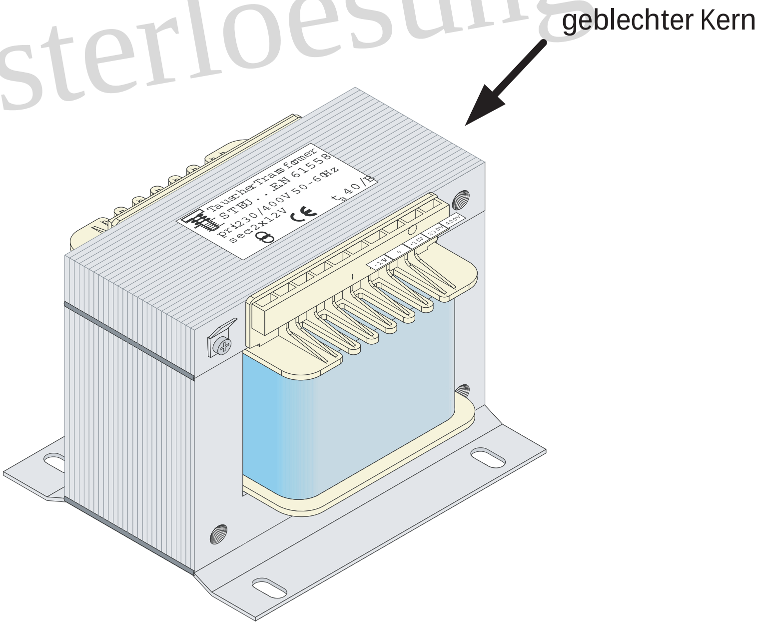
Die oben in Aufgabe 6 gezeichnete Magnetisierungskurve umschließt eine Fläche. Welche physikalische Entsprechung hat diese Fläche?

Lösung:

Zykliche Magnetisierungen führen zu einem Umlaufen der Hystereseschleife mit jeder Periode. Die Fläche der Hystereseschleife entspicht den Hystereseverlusten *beim Ummagnetisieren [Vorlesungsscript S 46ff] .*

1.8. Transformator (0,5 Punkte)

Kerne für Manteltransformatoren werden aus einzelnen dünnen, gegeneinander isolierten Blechen hergestellt, wie in der Abbildung dargestellt. Warum fertigt man den Kern nicht aus massivem Material?



Lösung:

Die Blechung von Kernen in Transformatoren minimiert die Wirbelstromverluste *im Eisenkern.*

1.9. Ausgleichsvorgänge (0,5 Punkte)

Welchen Ansatz verwenden Sie zur Lösung der folgenden Differentialgleichung 1.Ordnung

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) - \frac{1}{\tau}U_0 = 0$$

Lösung:

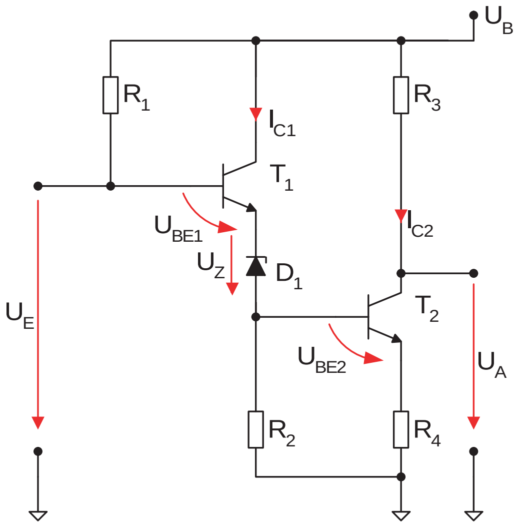
Für Differentialgleichung der Form $a\frac{dx}{dt} + x = K$ *macht man den Ansatz*

$$x = Ae^{\alpha t} + B \tag{5}$$

Die Konstanten A, α *und* B *werden dann aus den Randbedingungen gefunden*

2. Aufgabe (5 Punkte): Dimensionierung einer Transistorschaltung

Gegeben ist folgende Transistorschaltung bestehend aus den Transistoren T_1 und T_2, der Zenerdiode D_1 und den Widerständen R_1 ... R_4:



$I_{C1} = 10\,\text{mA}$	$U_{BE1} = U_{BE2} = 0{,}6\,\text{V}$	$U_B = 20\,\text{V}$
$B_{T1,T2} = 200$	$U_Z = 6{,}4\,\text{V}$	$U_E = 15\,\text{V}$
$R_3 = 400\,\Omega$		$U_A = 12\,\text{V}$

Hinweis: Die Z-Diode D_1 ist als **ideale** Zenerdiode mit U_Z=6,4 V anzunehmen. Zur **Vereinfachung** ist für T1 und T2 die Näherung $I_E \approx I_C$ zu verwenden (mit $I_{B2} \approx 0$).

Anmerkung: Der Lösungsweg **muss klar** erkennbar sein!

2.1. Berechnung I_{C2} (1 Punkt)

Berechnenn Sie den Strom I_{C2}.

Lösung:

$$I_{C2} = \frac{U_B - U_A}{R_3} = \frac{20\,V - 12\,V}{400\,\Omega} = \frac{8\,V}{400\,\Omega} = 20\,mA \qquad \text{(1 Punkt)} \tag{6}$$

2.2. Berechnung R_1 und R_2 (2 Punkte)

Berechnen Sie die Widerstände R_1 und R_2 mit der Vereinfachung $I_E \approx I_C$ und $I_{B2} \approx 0$. Nehmen Sie an, dass U_E keinen Stromanteil liefert.

Lösung:

Man errechnet zunächst R_1

$$R_1 = \frac{U_B - U_E}{\frac{I_{C1}}{B_{(T1)}}} = \frac{20\,V - 15\,V}{\frac{10\,mA}{200}} = \frac{5\,V}{50\,\mu A} = 100\,k\Omega \qquad \text{(1 Punkt)} \tag{7}$$

es folgt R_2

$$R_2 = \frac{U_E - U_{BE1} - U_z}{\approx I_{C1}}$$
$$= \frac{15\,V - 0,6\,V - 6,4\,V}{10\,mA} = \frac{8\,V}{10\,mA} = 800\,\Omega \qquad (1\ \text{Punkt}) \tag{8}$$

2.3. Berechnung R_4 und U_{CE} (2 Punkte)

Berechnen Sie den Widerstand R_4 und bestimmen Sie U_{CE} von T_2

Lösung:

Man errechnet R_4*zu*

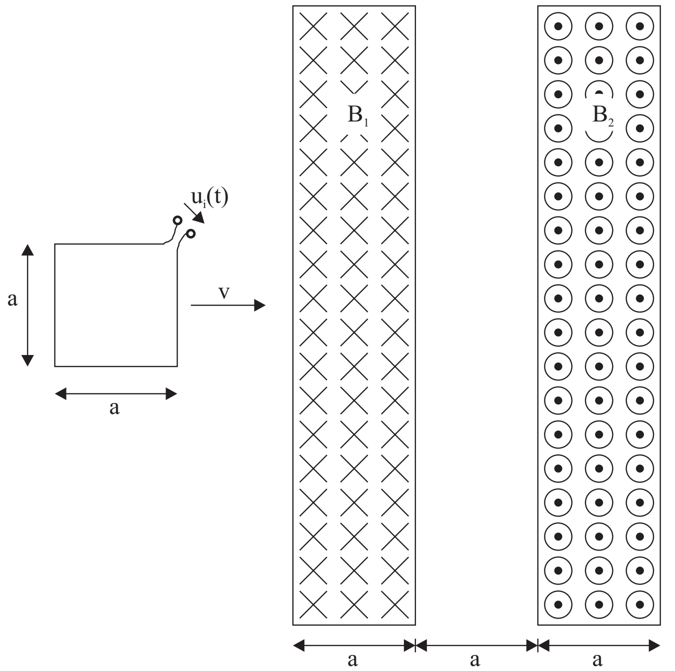
$$R_4 = \frac{U_E - U_{BE1} - U_z - U_{BE2}}{I_{C2}}$$
$$= \frac{15\,V - 0,6\,V - 6,4\,V - 0,6\,V}{20\,mA} = \frac{7,4\,V}{20\,mA} = 370\,\Omega \qquad (1\ \text{Punkt}) \tag{9}$$

Die Spannung $U_{CE,T2}$ *ist die Differenz der Betriebsspannung abzüglich der Spannungsabfälle an den Widerständen* R_3 *und* R_4*:*

$$U_{CE,T2} = U_B - U_{R_3} - U_{R4} = U_B - I_{C2} \cdot R_3 - I_{E2} \cdot R_4$$
$$= U_B - (R_3 + R_4) \cdot I_{C2} \qquad \text{mit der erlaubten Vereinfachung } I_{E2} = I_{C2}$$
$$= 20\,V - (370\,\Omega + 400\,\Omega) \cdot 20\,mA = 4,6\,V \qquad (1\ \text{Punkt}) \tag{10}$$

3. Aufgabe (5 Punkte): Anwendung des Induktionsgesetzes

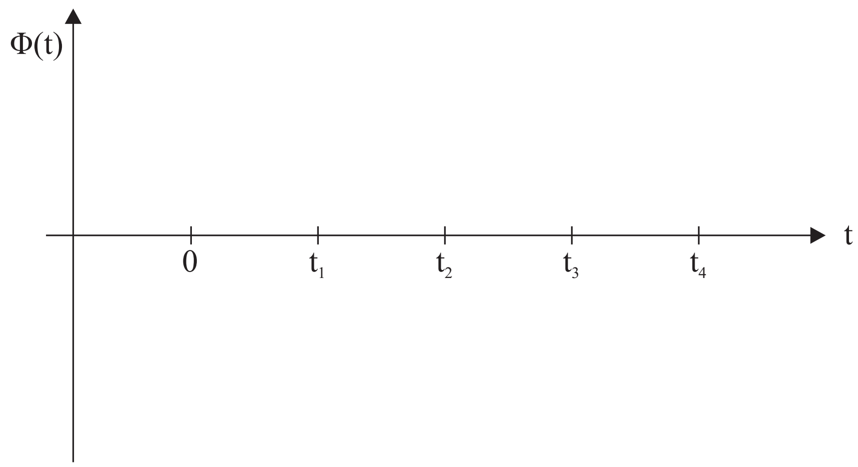
Eine quadratische Leiterschleife bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v durch zwei räumlich begrenzte homogene Magnetfelder der Induktion $B_1 = B_2 = B_0$ hindurch (siehe Skizze). Die Leiterschleife tritt bei $t = 0$ in das Magnetfeld B_1 ein.



$$B_0 = 1,2\,T$$
$$v = 2\,m/s$$
$$a = 0,1\,m$$

3.1. Berechnung des magnetischen Flusses (3 Punkte)

Berechnen Sie den magnetischen Fluss $\Phi(t)$ und tragen Sie den zeitlichen Verlauf in das vorbereitete Diagramm (Achten Sie auf die Richtung des Magnetfeldes!) ein.



Lösung:

Berechnung:

$$t < 0 : \Phi(t) = 0$$

$$0 \leq t < t_1 : \Phi(t) = B_0 \cdot \int_0^{A(t)} dA = B_0 \cdot A(t) = \underline{B_0 \cdot a \cdot v \cdot t}$$

$$t_1 \leq t < t_2 : \Phi(t) = -B_0 \cdot \int_{A(t_1)}^{A(t-t_1)} dA = -B_0 \cdot A(t-t_1) + B_0 \cdot A(t_1)$$

$$= \underline{-B_0 \cdot a \cdot v \cdot (t - t_1) + B_0 \cdot a^2}$$

$$t_2 \leq t < t_3 : \Phi(t) = -B_0 \cdot \int_{A(t_2)}^{A(t-t_2)} dA = -B_0 \cdot A(t-t_2) + B_0 \cdot A(t_2)$$

$$= \underline{-B_0 \cdot a \cdot v \cdot (t - t_2) + 0 = -B_0 \cdot a \cdot v \cdot (t - t_2)}$$

$$t_3 \leq t < t_4 : \Phi(t) = B_0 \cdot \int_{A(t_3)}^{A(t-t_3)} dA = B_0 \cdot A(t-t_2) - B_0 \cdot A(t_3)$$

$$= \underline{B_0 \cdot a \cdot v \cdot (t - t_3) + B_0 \cdot a^2}$$

Nebenrechnungen:

$$t_1 = \frac{a}{v}$$
$$t_2 = \frac{2 \cdot a}{v}$$
$$t_3 = \frac{3 \cdot a}{v}$$
$$A(t_1) = a^2$$
$$A(t_2) = 0$$
$$A(t_3) = a^2$$

Diagramm:

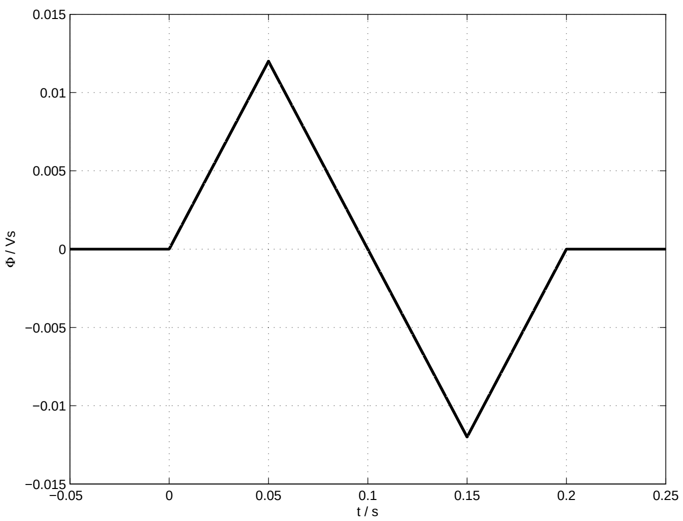
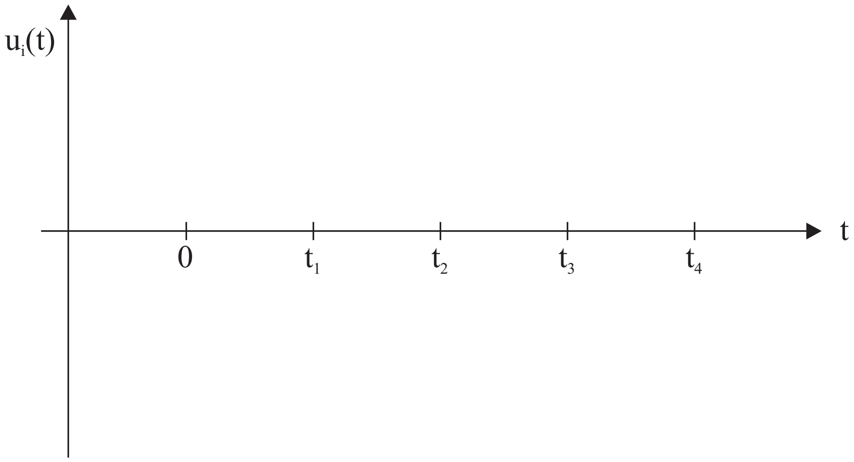


Abbildung 1: Dreieck mit $\Phi_{max} = 0,012\,Vs = 12\,mVs$

3.2. Spannungsberechnung (2 Punkte)

Berechnen Sie gemäß des Induktionsgesetzes die induzierte Spannung $u_i(t)$ und tragen Sie den zeitlichen Verlauf im unteren Diagramm ein.



Lösung:

Berechnung:
$u_i = \frac{d\Phi}{dt}$ *oder* $u_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ *ergibt Rechteckverlauf (siehe Diagramm) mit der Amplitude*
$u_{max} = B_0 \cdot a \cdot v = 1,2\ \frac{V\,s}{m^2} \cdot 0,1\ m \cdot 2\ \frac{m}{s} = \underline{0,24\ V}$

Zeitverlauf:

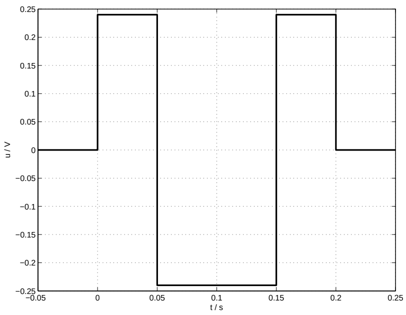


Abbildung 2: Lösung für $u_i = \frac{d\Phi}{dt}$

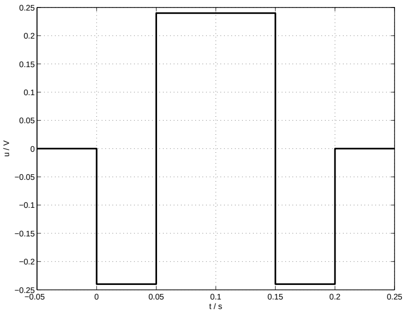
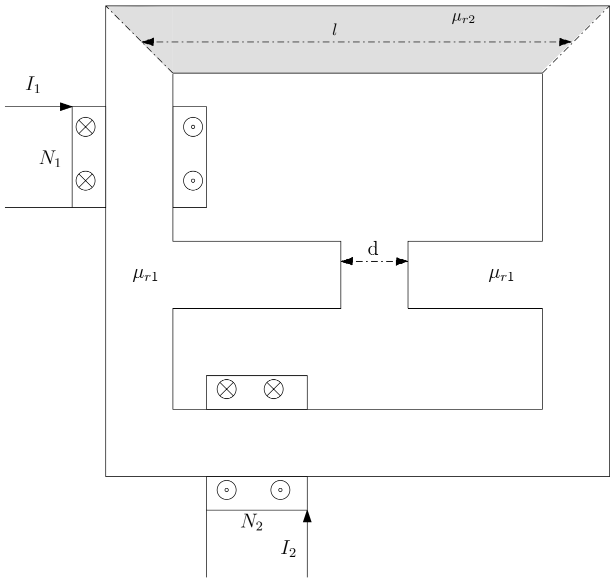


Abbildung 3: Lösung für $u_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

4. Aufgabe (5 Punkte): Magnetkreis

Gegeben ist die folgende magnetische Anordnung:



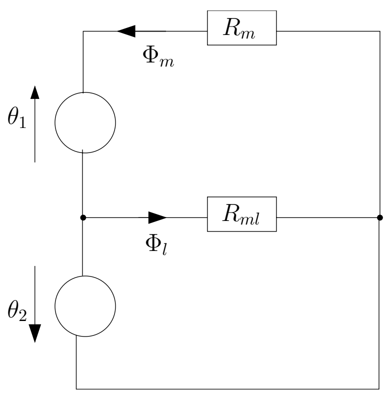
(11)

$d = 0.63cm, l = 10cm, A = 1cm^2$ (Querschnittsfläche),
$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} Vs/Am, \mu_{r1} \to \infty, \mu_{r2} = 1000/1.26,$
$I_1 = 1A, N_1 = 1000, I_2 = 1A, N_2 = 500$

4.1. Ersatzschaltbild (1 Punkt)

Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der Anordnung (magnetische Widerstände, Fluss durch die Widerstände und magnetische Spannungen einzeichnen). Welchen Einfluss hat der Strom I_1 auf den Fluss durch den Luftspalt? Begründen Sie Ihre Antwort!

Lösung:



(12)

Der Strom I_1 hat keinen Einfluss auf den Fluss durch den Luftspalt, weil die ideale Quelle θ_2 direkt an R_{ml} angeschlossen ist und einen Innenwiderstand von $R_i = 0$ hat.

4.2. Magnetischer Fluss (3 Punkte)

Berechnen Sie alle magnetischen Widerstände, den magnetischen Fluss durch den Luftspalt und den Fluss durch das obere Eisenstück mit der Permeabilität μ_{r2}!

Lösung:

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_{r2} A} = \frac{0.1m}{1.26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \frac{1000}{1.26} 0.01^2 m^2} = 10^6 \frac{A}{Vs} \tag{13}$$

$$R_l = \frac{d}{\mu_0 A} = \frac{0.63 \cdot 10^{-2} m}{1.26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} 0.01^2 m^2} = 50 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \tag{14}$$

Fluss durch den Luftspalt berechnen; Erkennen, dass magnetische Spannung θ_1 keinen Anteil am Fluss durch den Luftspalt hat:

$$\Phi_l = \frac{\theta_2}{R_l} = \frac{N_2 I_2}{R_l} = \frac{500 \cdot 1A}{50 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs}} = 10 \cdot 10^{-6} Vs \tag{15}$$

Fluss durch Eisenstück mit Superposition berechnen; Φ_{m1} ist Anteil der Quelle θ_1 und Φ_{m2} ist Anteil der Quelle θ_2:

$$\Phi_{m1} = \frac{\theta_1}{R_m} = \frac{N_1 I_1}{R_m}$$

$$\Phi_{m2} = -\frac{\theta_2}{R_m} = -\frac{N_2 I_2}{R_m}$$

$$\Phi_m = \Phi_{m1} + \Phi_{m2} = \frac{N_1 I_1 - N_2 I_2}{R_m} = \frac{1000 \cdot 1A - 500 \cdot 1A}{10^6 \frac{A}{Vs}} = 500 \cdot 10^{-6} Vs \tag{16}$$

4.3. Stromänderung (1 Punkt)

Der Strom I_2 sei nun gleich Null. Welchen Wert muss I_1 haben, damit die magnetische Spannung über dem oberen Eisenstück mit der Permeabilität μ_{r2} konstant bleibt (also gleich der magnetischen Spannung aus Aufgabenteil 1.2)?

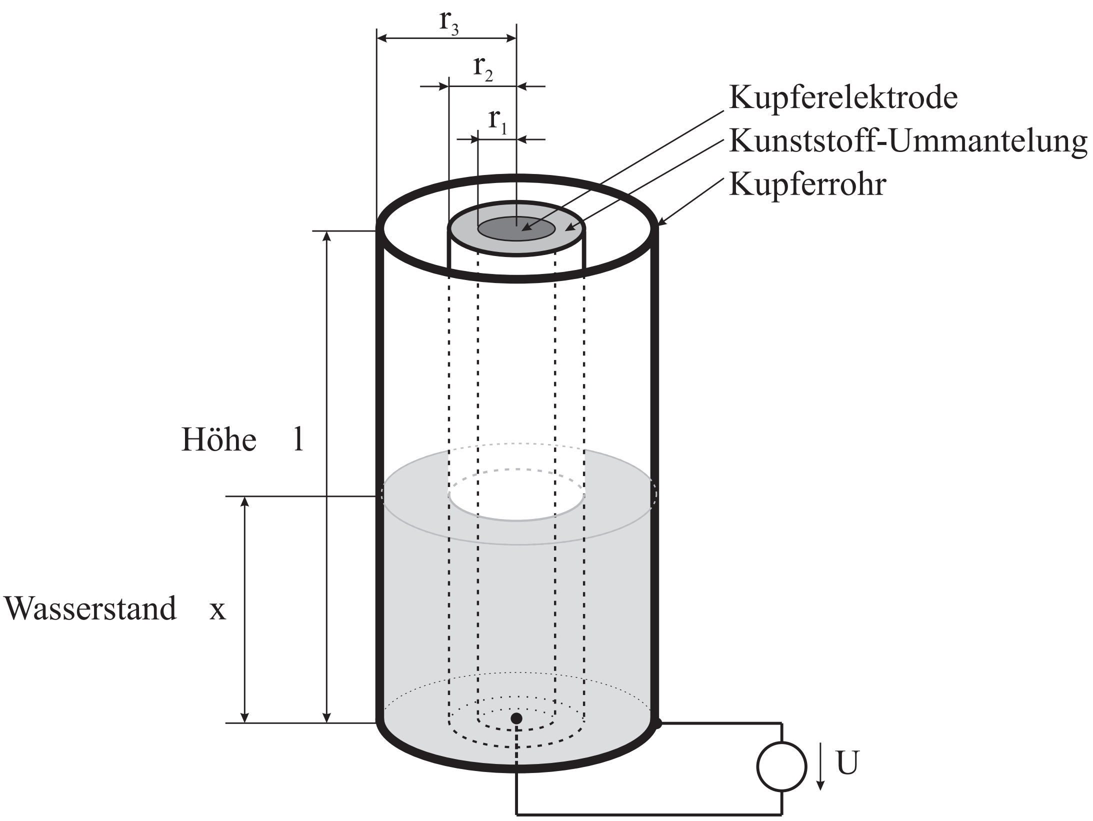
Lösung:

Magnetische Spannung über dem Eisenstück soll konstant bleiben $\rightarrow$ Fluss Φ_m muss konstant bleiben:

$$\Phi_m = \frac{N_1 I_1}{R_m} \stackrel{!}{=} 500 \cdot 10^{-6} Vs \Rightarrow I_1 = \frac{500 \cdot 10^{-6} Vs R_m}{N_1} = \frac{500 \cdot 10^{-6} Vs 10^6 \frac{A}{Vs}}{1000} = 0.5A \tag{17}$$

5. Aufgabe (5 Punkte): Berechnung einer Kapazität aus einer gegebenen Geometrie

Zur Füllstandsmessung wird folgende Kondensatoranordnung genutzt (siehe Abbildung). Der Zylinderkondensator besteht aus einem Kupferrohr, in dem eine mit Kunststoff ummantelte (und somit vollständig isolierte) Kupferelektrode eingebracht ist. Die Dielektrizitätskonstante des Kunststoffs beträgt $\varepsilon_r = 5$.



Geometrische Daten:	$l = 10cm$
	$r_1 = 1mm$
	$r_2 = 2mm$
	$r_3 = 10mm$
Dielektrizitätskonstante Kunststoff	$\varepsilon_r = 5$
elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

Kapazität eines Zylinderkondensators:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{ln\frac{\rho_a}{\rho_i}}$$

5.1. Ersatzschaltbild (1,5 Punkte)

Zeichnen Sie die Ersatzschaltbilder für folgende Zustände und geben Sie dazu eine kurze Erklärung:

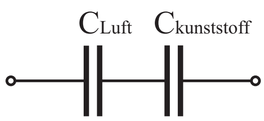
a) die Kondensatoranordnung ist vollständig leer (luftgefüllt)

b) die Kondensatoranordnung ist vollständig mit Wasser gefüllt

c) die Kondensatoranordnung ist nur teilweise mit Wasser gefüllt

Hinweis: Das Wasser sei ideal leitfähig. Die Randeffekte sind zu vernachlässigen.

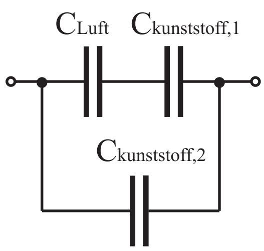
Lösung:

a) 

nur Luft und Kunststoff (l)

b) 

nur Kunststoff (l), da Wasser leitfähig

c) 

Kapazitäten am Kunststoff und in der Luft von x abhängig

5.2. Kapazität (2 Punkte)

Geben Sie allgemein die Ausdrücke für die Teilkapazitäten und die Gesamtkapazität der Anordnung für einen beliebigen Wasserstand x an.

Lösung:

$$C_{Luft} = \frac{2\pi\varepsilon_0(l-x)}{ln(\frac{r_3}{r_2})} \qquad \textit{0,5 Punkte} \qquad (18)$$

$$C_{K,1} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r(l-x)}{ln(\frac{r_2}{r_1})} \qquad \textit{0,5 Punkte} \qquad (19)$$

$$C_{K,2} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r x}{ln(\frac{r_2}{r_1})} \qquad \textit{0,5 Punkte} \qquad (20)$$

$$C = C_{K,2} + \frac{C_{Luft}\cdot C_{K,1}}{C_{Luft}+C_{K,1}} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\left(\frac{x}{ln(\frac{r_2}{r_1})} + \frac{l-x}{\varepsilon_r ln(\frac{r_3}{r_2}) + ln(\frac{r_2}{r_1})}\right) \qquad \textit{0,5 Punkte} \qquad (21)$$

5.3. Elektrische Ladung (0,5 Punkte)

Der Kondensator sei an eine Spannungsquelle $U = 5V$ angeschlossen und zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Welche Ladung Q wird an den Elektroden gespeichert.

Lösung:

$$C(x = 0,5 \cdot l) = 2,16 \cdot 10^{-11} F = 21,6pF$$

$$Q = CU = 21,6pF \cdot 5V = 1.08 \cdot 10^{-10} C \qquad \textit{0,5 Punkte} \qquad (22)$$

5.4. Spannung (1 Punkt)

Der Kondensator wird nun von der Spannungsquelle getrennt und anschließend langsam entleert. Welche Ladung ist nun an den Elektroden gespeichert und welche Spannung U_{neu} ist zwischen den Platten messbar?

Lösung:

Die Ladung an den Platten bleibt erhalten *0,5 Punkte* (23)

$$U_{neu} = \frac{Q}{C(x = 0)}$$

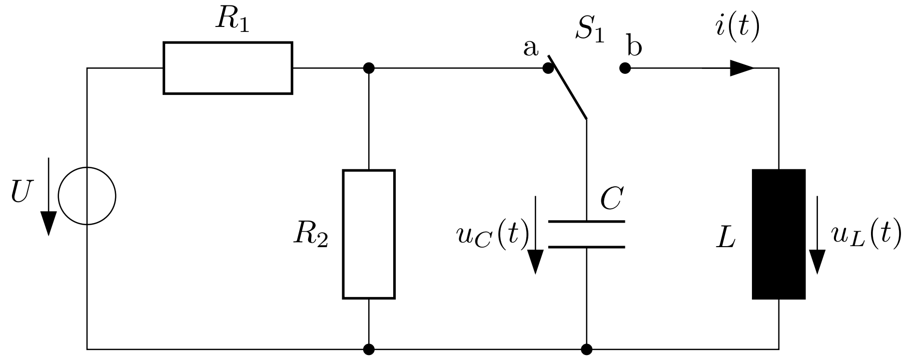
$$C(x = 0) = 3,18pF$$

$$U_{neu} \approx 34V \qquad \textit{0,5 Punkte} \qquad (24)$$

6. Aufgabe (5 Punkte): Ausgleichsvorgänge

Die abgebildete Schaltung enthält einen Kondensator mit der Kapazität $C = 3\,\mu F$, eine Spule mit der Induktivität $L = 100\,mH$ und zwei Widerstände mit den Werten $R_1 = 1,1\,k\Omega$ und $R_2 = 2,2\,k\Omega$. Die Spannung beträgt $U = 330\,V$. Die Schaltung befindet sich bei Schalterstellung a im eingeschwungenen Zustand. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S_1 von Punkt a auf den Punkt b umgeschaltet. Die zeitlichen Verläufe von $u_L(t)$ und $i(t)$ sind zu ermitteln.

Gegeben ist die folgende Schaltung:



6.1. Randbedingungen (0,5 Punkte)

Berechnen Sie für den eingeschwungenen Zustand zum Zeitpunkt $t < 0$ die am Kondenstor anliegende Spannung. (Tipp: Hierzu muss *keine* DGL aufgestellt werden!)

Lösung:

Einfacher Spannungsteiler:

$$u_C(t<0) = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 330\,V \cdot \frac{2,2\,k\Omega}{3,3\,k\Omega} = 220\,V = U_0 \qquad \textbf{(0,5 Punkte)}$$

6.2. Aufstellen der DGL (1,5 Punkte)

Stellen Sie die Maschengleichung für die Zeit $t \geq 0$ auf und leiten Sie daraus die Differentialgleichung für den Strom $i(t)$ her.

Lösung:

Die Maschenregel liefert die Gleichung:

$$u_C(t) - u_L(t) = 0 \qquad \textbf{(0,5 Punkte)}$$

mit den Spannungsgleichungen :

$$\left.\begin{array}{rcl} u_L(t) & = & L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \\ -u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\mathrm{d}t & \vee & -i(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} \end{array}\right\} \qquad \textbf{(0,5 Punkte)}$$

folgt:

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i(t)\mathrm{d}t = 0$$

$$\rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 i(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC} \cdot i(t) = 0. \qquad \textbf{(0,5 Punkte)}$$

6.3. Lösung der Differentialgleichung (2,5 Punkte)

Machen Sie einen Lösungsansatz für den Zeitverlauf des Stroms $i(t)$ für $t \geq 0$ und finden Sie mit Hilfe der Anfangsbedingungen eine endgültige Lösung für $i(t \geq 0)$ **und** $u_L(t \geq 0)$.

Lösung:

Lösungsansatz: $i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega_0 t)$ (0,5 Punkte)

einsetzen in DGL:

$$-\omega_0^2 \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{LC} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega_0 t) = 0$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ **(0,5 Punkte)**

Aus den Anfangsbedingungen ergibt sich:

$$u_L(t = 0) = u_C(t = 0) = U_0$$

$$\rightarrow u_L(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = L \cdot \omega_0 \cdot \hat{i} \cdot \cos(\omega_0 t)$$ **(0,5 Punkte)**

$$\Rightarrow U_0 = L \cdot \omega_0 \cdot \hat{i}$$ **(0,5 Punkte)**

$$\Rightarrow \hat{i} = \frac{U_0}{L \cdot \omega_0} = U_0 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$ **(0,5 Punkte für eine der beiden Schreibweisen)**

Für die Spannung und den Strom ergeben sich für $t > 0$ also:

$$u_L(t) = U_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \quad \wedge \quad i(t) = U_0 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin(\omega_0 t)$$

6.4. Skizze (0,5 Punkte)

Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Spannung $u_L(t)$ und des Stroms $i(t)$ für $t \geq 0$ in das gegebende Koordinatensystem ein und beschriften Sie die Verläufe.

Lösung: