3. Klausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-B
15. Juli 2002

Name: . . . .

Vorname: . . . .

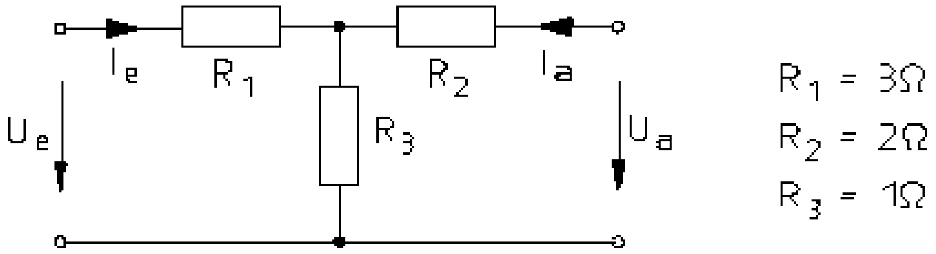
Matr.-Nr.: . . . .

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

- Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**!

1. Aufgabe (5 Punkte): h-Parameter

Gegeben ist folgender passiver Vierpol:



1.1. Vierpolgleichungen (1 Punkt)

Schreiben Sie die allgemeinen Vierpolgleichungen mit Hilfe der h-Parameter für diese Schaltung.

Lösung:

$$u_e = h_{11} \cdot i_e + h_{12} \cdot u_a \tag{1}$$

$$i_a = h_{21} \cdot i_e + h_{22} \cdot u_a \qquad (\mathbf{1\ Punkt}) \tag{2}$$

1.2. h-Parameter (4 Punkte)

Bestimmen Sie rechnerisch die h-Parameter der Schaltung und geben Sie für jeden h-Parameter eine Beschreibung an.

Bitte schreiben Sie die Lösung in der Form: h_{xx}=... , Spannungsrückwirkung bei kurzge...

Lösung:

Eingangswiderstand bei kurzgeschlossenem Ausgang:

$h_{11} = \frac{u_1}{i_1}\Big|_{u_2=0} = R_1 + R_2 \parallel R_3 = \underline{\frac{11}{3}\Omega}$

Spannungsrückwirkung bei offenem Eingang:

$h_{12} = \frac{u_1}{u_2}\Big|_{i_1=0} = \frac{R_3}{R2+R3} = \underline{\frac{1}{3}}$

Stromverstärkung bei kurzgeschlossenem Ausgang:

$h_{21} = \frac{i_2}{i_1}\Big|_{u_2=0} - \frac{R_3}{R_2+R_3} = \underline{-\frac{1}{3}}$

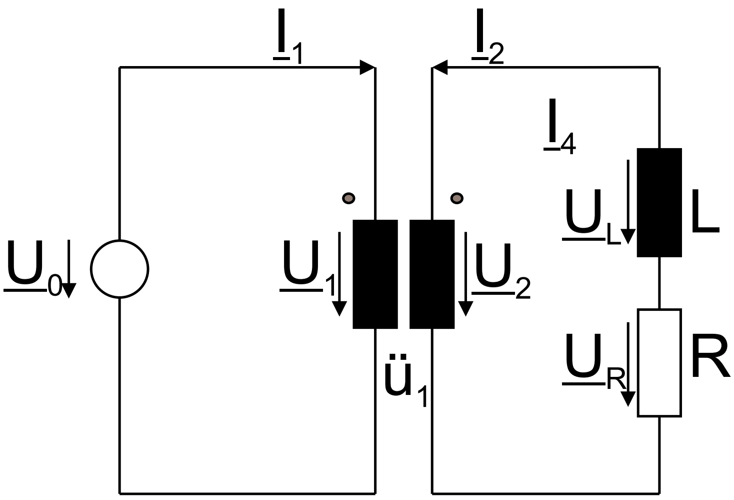
Ausgangsleitwert bei offenem Eingang:

$h_{22} = \frac{i_2}{u_2}\Big|_{i_1=0} \frac{1}{R2+R3} = \underline{\frac{1}{3}\Omega}$

(**4 Punkte**)

2. Aufgabe (5 Punkte): ideale Übertrager

Gegeben ist ein idealer Übertrager mit folgender Beschaltung:

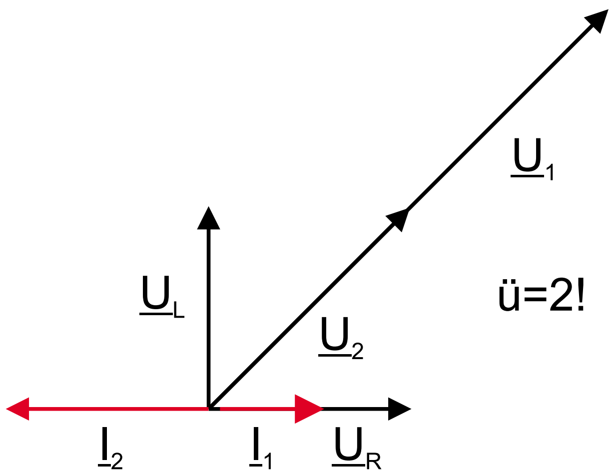


N_1=2 N_2 N_2=10 R=100 Ohm L=100 mH f=159 Hz

2.1. Zeigerdiagramm (1.5 Punkte)

Zeichen Sie qualitativ das Zeigerdiagramm der Schaltung mit allen in der Zeichnung angegebenen Strömen und Spannungen. (Bitte beachten Sie das gegebene Wicklungsverhältnis)

Lösung:



(**1.5 Punkte**)

2.2. Eingangsimpedanz (1.5 Punkte)

Wie groß ist die Eingangsimpedanz der Schaltung bei einer Frequenz von 159 Hz ?
(Rechenweg muß erkennbar sein !)

Lösung:

Eingansimpedanz:

$$z_E = \frac{U_1}{I_1} \tag{3}$$

$$= \frac{\ddot{u}U_2}{\frac{I_2}{\ddot{u}}} \tag{4}$$

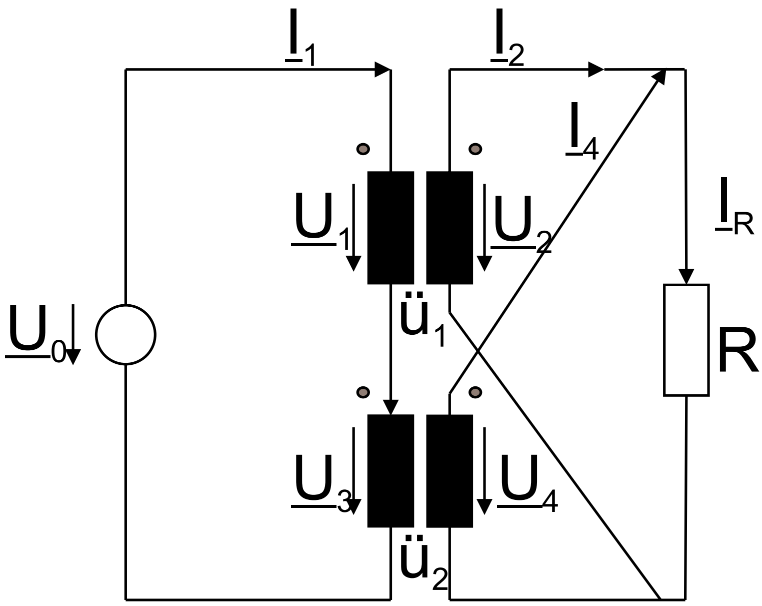
$$= \ddot{u}^2 \frac{U_2}{I_2} \tag{5}$$

$$= \ddot{u}^2 (R + j\omega L) \tag{6}$$

$$= \underline{400\Omega + j400\Omega} \qquad (\mathbf{1.5\ Punkte}) \tag{7}$$

2.3. Berechnungen an zwei idealen Übertrager (2 Punkte)

Gegeben sind zwei ideale Übertrager in folgender Beschaltung:



ü$_1$=2   ü$_2$=3   R=10$_0$Ohm   U =100 V

Berechnen Sie die im Widerstand R umgesetzte Leistung P_R ? Berechnen Sie den von der Schaltung aufgenommenen Strom I_1 ?

Lösung:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_R} = \ddot{u}_1 = \frac{I_2}{I_1} \tag{8}$$

$$\frac{U_3}{U_4} = \frac{U_3}{U_R} = \ddot{u}_2 = \frac{I_4}{I_1} \tag{9}$$

beide Gleichungen durch einander teilen ergibt:

$$\frac{U_1}{U_3} = \frac{\ddot{u}_1}{\ddot{u}_2} = \frac{I_2}{I_4} = \frac{2}{3} \tag{10}$$

da U_1 und U_3 zusammen U_0 (100V) ergeben müssen folgt:

$$U_1 = 40V \quad (11)$$
$$U_3 = 60V \quad (12)$$

und damit folgt für U_R:

$$U_R = \frac{U_1}{\ddot{u}_1} = \frac{40V}{2} = 20V \quad (13)$$

für I_R folgt:

$$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{20V}{10\Omega} = 2A \quad (14)$$

Und die Leistung am Widerstand R ergibt sich zu :

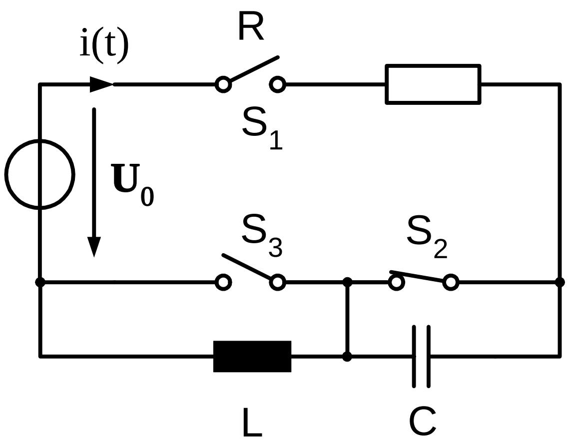
$$P_R = 20V \cdot 2A = \underline{40W} \qquad (\textbf{1 Punkt}) \quad (15)$$

da die Leistung auch am Eingang 40 W ergeben muss folgt :

$$I_1 = \frac{40W}{100V} = \underline{0,4A} \qquad (\textbf{1 Punkt}) \quad (16)$$

3. Aufgabe (5 Punkte): Ausgleichsvorgänge

Gegeben ist folgendes Schaltbild :



Schaltung

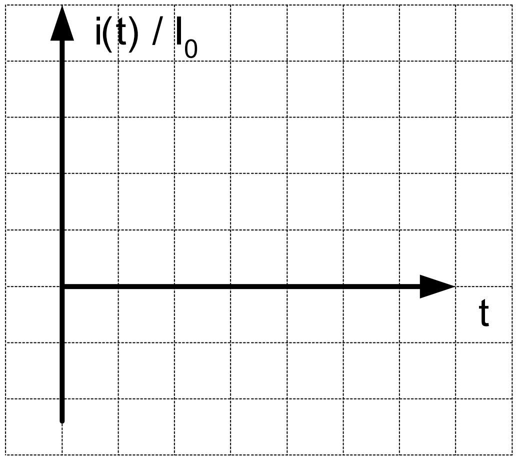


Diagramm 1

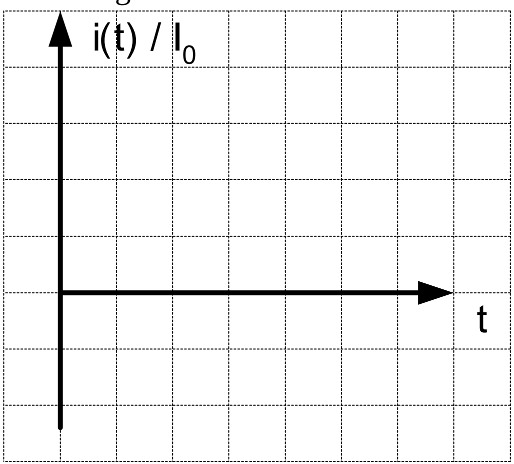


Diagramm 2

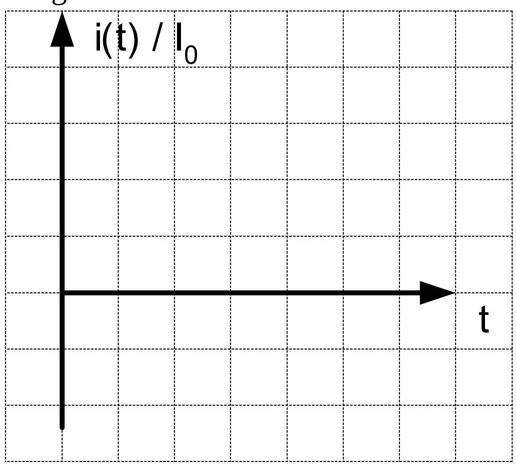


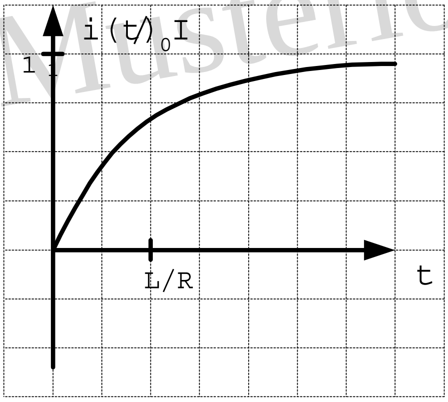
Diagramm 3

Es gilt für $t < 0$: S1 und S3 offen, S2 geschlossen.

3.1. Ausgleichsvorgang 1. Fall (1 Punkt)

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S1 geschlossen (S3 offen, S2 geschlossen). Zeichnen Sie den Verlauf des Stromes $i(t)$ in das Diagramm 1 ein und geben Sie die Formel für $i(t)$ an!

Lösung:



$$i(t) = I_0 \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (17)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (18)$$

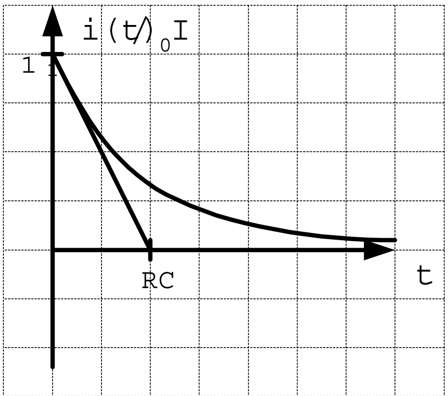
$$\tau = \frac{L}{R} \quad (19)$$

$$(20)$$

3.2. Ausgleichsvorgang 2. Fall (2 Punkte)

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S1 geschlossen, S2 geöffnet und S3 geschlossen. Zeichnen Sie den Verlauf des Stromes $i(t)$ in das Diagramm 2 ein und geben Sie die Formel für $i(t)$ an! Wie kann die Zeitkonstante τ interpretiert werden? Zeichnen Sie τ in das **Diagramm 2** ein!

Lösung:



$$i(t) = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \quad (21)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (22)$$

$$\tau = R \cdot C \quad (23)$$

nach τ ist i(t) auf 36,8 Prozent des Startwertes gesunken. Beweis:

$$i(t = \tau) = I_0 \cdot e^{-1} \quad (24)$$

$$i(t = \tau) = I_0 \cdot 0.36788 \quad (25)$$

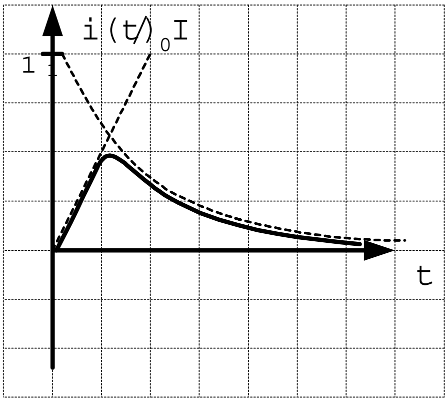
$\frac{1}{\tau}$ kann ebenfalls als Anstieg der Tangente an die Kurve $i(t)$ im Punkt t=0 angesehen werden

(26)

3.3. Ausgleichsvorgang 3. Fall (2 Punkte)

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S1 geschlossen und S2 geöffnet (S3 offen). Die Werte für R,L und C wurden dem aperiodischen Grenzfall entsprechend gewählt. Geben Sie die allgemeine Form der Differentialgleichung für $i(t)$ an. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf des Stromens $i(t)$ für den aperiodischen Grenzfall in das **Diagramm 3** ein! **(Asymptoten einzeichnen!)**

Lösung:



für zweifache reelle Lösung gilt :

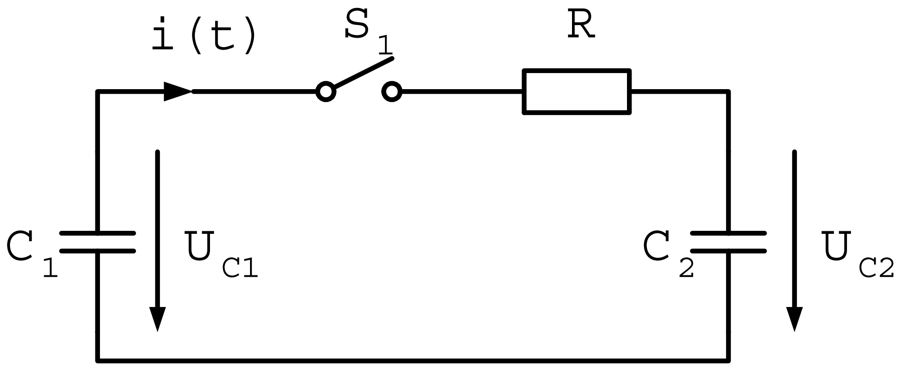
$$i(t) = K_1 \cdot t \cdot e^{(K_2 \cdot t)} \tag{27}$$

bei reellen Lösungen gibt es keine Sinus- oder Cosinusterme $\rightarrow$ keine Schwingungen

(28)

4. Aufgabe (5 Punkte): Ausgleichsvorgänge

Gegeben sei folgendes Schaltbild



Es gilt: $U_{C1}(t<0) = U_0, U_{C2}(t<0) = 0, C_1 = C_2$ Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter geschlossen.

4.1. Zeitverlauf des Stromes (3 Punkte)

Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Stromes $i(t)$. Lösen Sie dazu die Differentialgleichung für $i(t)$!

Lösung:

$$U_{C1}(t) = R\cdot i(t) + U_{C2}(t) \tag{29}$$

$$i(t) = -C_1\frac{dU_{C1}}{dt} = C_2\frac{dU_{C2}}{dt} \tag{30}$$

$$i(t) = -C_1\frac{dU_{C1}}{dt} = -C_1(R\frac{di}{dt} + \frac{dU_{C2}}{dt}) \tag{31}$$

$$\frac{dU_{C2}}{dt} = \frac{i(t)}{C_2} \tag{32}$$

$$i(t) = -RC_1\frac{di(t)}{dt} - \frac{C_1}{C_2}\cdot i(t) \tag{33}$$

$$0 = \frac{di(t)}{dt} + \frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}\cdot i(t) \tag{34}$$

$$\text{Ansatz}: \quad i(t) = A\cdot e^{B\cdot t} \tag{35}$$

$$B = -\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2} \tag{36}$$

$$A = i(t=0) = \frac{U_0}{R} \tag{37}$$

$$i(t) = \frac{U_0}{R}\cdot e^{-\frac{C_1+C_2}{R\cdot C_1\cdot C_2}\cdot t} \tag{38}$$

$$\tag{39}$$

4.2. Energiebetrachtung (1 Punkt)

Zu Beginn des Ausgleichsvorganges befindet sich die Energie $\frac{C_1\cdot U_0^2}{2}$ auf dem Kondensator C_1 und die Energie am Kondensator C_2 ist Null. Wie gross ist die Energie am Ende des Ausgleichsvorganges auf beiden Kondensatoren ?

Lösung:

$$E_{C1}(t=0) = \frac{C_1 \cdot U_0^2}{2} \tag{40}$$

$$E_{C2}(t=0) = 0 \tag{41}$$

$$E_{\text{gesamt}}(t=0) = E_{C1}(t=0) = \frac{C_1 \cdot U_0^2}{2} \tag{42}$$

da beide Kondensatoren gleich gross sind, ist die Spannung am Ende des Ausgleichsvorganges an beiden Kondensatoren gleich

$$E_{C1}(t \to \infty) = \frac{C_1 \cdot \left(\frac{U_0}{2}\right)^2}{2} \tag{43}$$

$$E_{C2}(t \to \infty) = \frac{C_2 \cdot \left(\frac{U_0}{2}\right)^2}{2} \tag{44}$$

$$E_{\text{gesamt}}(t \to \infty) = E_{C1}(t \to \infty) + E_{C2}(t \to \infty) \tag{45}$$

$$= 2 \cdot E_{C1}(t \to \infty) = 2 \cdot E_{C2}(t \to \infty) \tag{46}$$

$$E_{\text{gesamt}}(t \to \infty) = 2 \cdot \frac{C_1 \cdot \left(\frac{U_0}{2}\right)^2}{2} \tag{47}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot E_{\text{gesamt}}(t=0) \tag{48}$$

4.3. Energiebetrachtung (1 Punkt)

Wie ist die Differenz der Energie des Gesamtsystems vor und nach dem Ausgleichsvorgang zu erklären ? Kann man durch Veränderung des Widerstandes R die Energiedifferenz verkleinern ?

Lösung:

Während des Ausgleichsvorganges kommt es zur Energieabgabe, d.h. elektrische Energie wird in andere Energieformen umgewandelt (z.B. thermische Energie oder elektromagnetische Strahlung).
Selbst für eine Idealisierung mit R$\to 0$ wird am Ende des Ausgleichsvorganges „nur"die Hälfte der elektrischen Energie übertragen. Die restliche Energie würde in diesem extremen Beispiel als Strahlungsimpuls mit unendlicher Bandbreite emittiert werden.