TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 2001/2002
Fakultät II, Institut für Mathematik 20.02.2002
Prof. G. Frank

Februar-Klausur (Rechenteil) Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

---

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurgebnisses unter Angabe meiner Matr.–Nr. (ohne Namen) am Schwarzen Brett und im WWW [1] **Ja / Nein**[2]

Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen und der Laplacetabelle sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Einsichtnahme: Dienstag, 26.02.2002, 14-16 Uhr, MA 742.

1	2	3	4	$\sum$

[1] http://www.math.tu-berlin.de/HM/

[2] Unzutreffendes bitte steichen. Falls “Nein” nicht durchgestrichen ist oder die Unterschrift fehlt, wird das Ergebniss nicht ausgehängt.

Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (10 Punkte)

Lösen Sie das folgende Differentialgleichungssystem mit Hilfe der Laplacetransformation

$$\vec{y}\,'(t) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ e^{2t} \end{pmatrix} \;, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Cramersche Regel.

2. Aufgabe (10 Punkte)

Gegeben ist die folgende partielle Differentialgleichung:

$$u_t = u_{xx}\,, \quad u(x,0) = e^{-|x|}\,, \quad x \in \mathbb{R},\; 0 \le t.$$

Bestimmen Sie bezüglich x die Fouriertransformierte $F(\omega,t)$ von $u(x,t)$.
$(F(\omega,t) = \mathcal{F}[u(x,t)](\omega))$. Hinweis: $\mathcal{F}[e^{-|x|}](\omega) = \frac{2}{1+\omega^2}$.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Mittels der $\mathcal{Z}$-Transformation bestimme man die Lösung der folgenden Differenzengleichung:

$$y_{n+2} = 4\,y_n\,, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 2, \quad n \in \mathbb{N}_0.$$

4. Aufgabe (10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden partiellen Differentialgleichung, die der Produktansatz liefert:

$$\begin{aligned} u_t = 4u_{xx} \qquad & 0 \le x \le 3,\; 0 \le t \\ & u(0,t) = u(3,t) = 0, \\ & u(x,0) = 5\sin(4\pi x). \end{aligned}$$