TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 01/02
Fakultät II, Institut für Mathematik 10.04.2002
Prof. G. Frank

April–Klausur (Verständnisteil) Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

---

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Einsichtnahme: Dienstag, 16.04.2002, 14.00-16.00 Uhr, MA 848.

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (6 Punkte)

Sei $f : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ eine Funktion. Definieren Sie f ist von exponentieller Ordnung. Überprüfen Sie, ob die folgenden Funktionen von exponentieller Ordnung sind.

$$\text{a)}\ f_1(t) = e^{2t^2}, \qquad \text{b)}\ f_2(t) = t^2 e^{-t^2}, \qquad \text{c)}\ f_3(t) = \frac{t^2}{2} e^{2t}.$$

2. Aufgabe (6 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine Schwartz-Funktion. Zeigen Sie:
Ist f eine gerade Funktion, so gilt für die Fouriertransformierte von f:

$$F(\omega) = F[f(t)](\omega) = 2 \int_0^\infty f(t) \cos(\omega t) dt, \ \ \omega \in \mathbb{C}.$$

Ist F eine gerade Funktion? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Sei $(y_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ eine reelle Zahlenfolge. Es gelte $y_n = 0$ für $n > n_0 \in \mathbb{N}$. Wo konvergiert die Z-Transformierte $Z[y_n](z)$ mindestens?

4. Aufgabe (7 Punkte)

Sei $f : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ eine stückweise stetige Funktion von exponentieller Ordnung.

a) Beweisen Sie den Multiplikationssatz der Laplacetransformation:
Es existiert ein $\gamma_0 \in \mathbb{R}$, so dass für alle $s \in \mathbb{C}$ mit $Re(s) > \gamma_0$ gilt:

$$L[tf(t)](s) = -\frac{d}{ds} L[f(t)](s).$$

b) Zeigen Sie mittels des Multiplikationssatzes:

$$L[t](s) = \frac{1}{s^2}, \ \ Re(s) > 0.$$

5. Aufgabe (7 Punkte)

Welche der Funktionen $y_1(x) = x$ und $y_2(x) = \sin(x)$ löst das Anfangswertproblem

$$y'' + y' = 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1?$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

6. Aufgabe (8 Punkte)

Gegeben ist die Potentialgleichung im $\mathbb{R}^2 : u_{xx} + u_{yy} = 0$. Welche Lösungen liefert der additive Trennungsansatz $u(x, y) = X(x) + Y(y)$?