

Juli – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurergebnisses
unter Angabe meiner Matr.-Nr. (ohne Namen)
am Schwarzen Brett und im WWW. Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle
zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die
Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschrie-
bene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den
vollständigen Rechenweg an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der
beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe der Laplacetransformation das folgende DGL-System

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{y} \quad , \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe der \mathcal{Z} -Transformation die Lösung der Differenzgleichung

$$u_{n+2} - 2u_{n+1} + u_n = 0, \quad u_0 = 1, \quad u_1 = 3.$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben ist die partielle Differentialgleichung:

$$u_t = u_{xx} - u \quad \text{mit dem Anfangswert } u(x, 0) = e^{-|x|}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie bezüglich x die Fourier-Transformation von $u(x, t)$ d.h.
 $F(\omega, t) := F[u(x, t)](\omega)$.

Hinweis: $F[e^{-|x|}](\omega) = \frac{2}{1+\omega^2}$.

4. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie auf $[0, \pi] \times [0, \infty[$ die partielle Differentialgleichung

$$u_t - u_{xx} = 0$$

mit dem Anfangswert $u(x, 0) = 13 \sin(44x) - 6 \sin(4x) + \pi \sin(x)$ und den Randwerten $u(0, t) = 0$, $u(\pi, t) = 0$.