Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 02
Prof. Frank 09.10.2002

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurgebnisses unter Angabe meiner Matr.–Nr. (ohne Namen) am Schwarzen Brett und im WWW.

....
Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 10 Punkte

Lösen Sie das Randwertproblem für die Potenzialgleichung

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

auf dem Quadrat $Q = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, \ \ 0 \leq y \leq 2\}$ mit den Randbedingungen $u(0, y) = 0, \ u(2, y) = 3\sin(\pi y), \ u(x, 0) = 0, \ u(x, 2) = 0.$

2. Aufgabe 10 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe einer geeigneten Intergraltransformation die folgende Integralgleichung

$$\sinh(t) + \int_0^t f(t - \tau)\sinh(\tau)d\tau = te^t.$$

3. Aufgabe 10 Punkte

Berechnen Sie die Fourier-Transformierte der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(t) = \begin{cases} \cos(t) & \text{für } -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

Hinweis: Partielle Integration.

4. Aufgabe 10 Punkte

a) Bestimmen Sie für die Folge $y_n = \cosh(n), \ n = 0, 1, 2, ...$ die Z-Tansformierte

$$F^*(z) = Z[y_n](z).$$

Wo konvergiert die Z-Transformierte von y_n? (Skizze)

b) Seien $a_n = 1$ und $b_n = 2, \ n = 0, 1, 2, ...$ zwei konstante Folgen. Berechnen Sie $A(z) = Z[a_n](z) \cdot Z[b_n](z)$ und $B(z) = Z[a_n * b_n](z)$. Gibt es $z \in \mathbb{C}$ mit $A(z) = B(z)$? Begründung!