Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 03

Jochmann 28. Juli 2003

Juli – Klausur (Rechenteil)
ITPDG für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:
In welchem Semester haben Sie die erreicht? ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + 6y' + 5y = 0, \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

mit der Laplace-Transformation.

2. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das Anfangswertproblem für die folgende partielle Differentialgleichung mit der Fourier-Transformation bzgl.x:

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) = 2\frac{\partial}{\partial x}u(x,t) - u(x,t)$$

mit der Anfangsbedingung

$$u(x,0) = \exp\left(-|x|\right) \text{ für } x \in I\!R.$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie durch Separation der Variablen das Randwertproblem für die Gleichung $\Delta u - u = 0$ auf $(0,\pi) \times (0,\pi)$ mit den Randbedingungen

$$u(0,y) = u(\pi,y) = 0, \quad u(x,0) = 0, \text{ und } u(x,\pi) = \sin(5x)$$

für $x \in [0,\pi]$ und $y \in [0,\pi]$.

4. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem :

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) = \Delta u(x,t) + f(x,t), \quad x = (x_1,x_2) \in I\!R^2, t > 0$$

mit der Anfangsbedingung

$$u(x,0) = 0 \quad x \in I\!R^2.$$

Hier ist

$$f(r\cos\phi, r\sin\phi, t) \stackrel{\text{def}}{=} tJ_0(2r) \text{ für } r \in (0,\infty), \phi \in [0,2\pi], t \in [0,\infty).$$

Hinweis : Die Besselfunktion 1-ter Art zum Index 0 wird hier mit J_0 bezeichnet, sie ist Lösung der Besselschen Dgl.

$$\xi^2 J_0''(\xi) + \xi J_0'(\xi) + \xi^2 J_0(\xi) = 0.$$

Verwenden Sie einen Ansatz der Form

$$u(r\cos\phi, r\sin\phi, t) = a(t)J_0(2r), \text{ d.h. } u(x,t) = a(t)J_0(2|x|).$$