Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 03/04
Prof. Frank 25.02.2004

Februar – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurgebnisses unter Angabe meiner Matr.–Nr. (ohne Namen) am Schwarzen Brett und im WWW.

....
Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

9 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe der Laplacetransformation das Anfangswertproblem

$$ty'(t) - 3y(t) = 0, \quad y(1) = 2.$$

2. Aufgabe

11 Punkte

Lösen Sie die Differenzengleichung mit Hilfe der Z-Transformation

$$y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = 1, \;\; y_0 = 1, \;\; y_1 = -1, \;\; n \in \mathbb{N}.$$

3. Aufgabe

8 Punkte

Skizzieren Sie für ein $\delta > 0$ die Funktion $f_\delta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f_\delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\delta} & \text{für } 2 - \delta \leq t \leq 2 + \delta, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Fouriertransformierte $F[f_\delta(t)](\omega)$ und berechnen Sie

$$\lim_{\delta \to 0} F[f_\delta(t)](\omega)$$

.

4. Aufgabe

12 Punkte

a) Überführen Sie das folgende Rand-Anfangswertproblem

$$\begin{array}{ll} u_t = 4u_{xx} + 2tx, & 0 \leqslant x \leqslant \pi, \;\; 0 \leqslant t, \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = \pi t^2, & 0 \leqslant t, \\ u(x,0) = 3\sin(5x), & 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{array}$$

in ein Rand-Anfangswertproblem mit homogenen Randwerten.

b) Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden Rand-Anfangswertproblems, die der Produktansatz liefert

$$\begin{array}{ll} v_t = 4v_{xx}, & 0 \leqslant x \leqslant \pi, \;\; 0 \leqslant t, \\ v(0,t) = 0, \quad v(\pi,t) = 0, & 0 \leqslant t, \\ v(x,0) = 3\sin(5x), & 0 \leqslant x \leqslant \pi. \end{array}$$

c) Bestimmen Sie mit Hilfe von 4b) die Lösung von 4a).