Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 03/04

Prof. Frank 25.02.2004

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine Schwartz-Funktion. Es gelte $F[f(t)](\omega) = F(\omega)$. Bestimmen Sie $F[f(\alpha t)](\omega)$ für $\alpha > 0$.

2. Aufgabe

5 Punkte

Welche Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ hat die Z-Transformierte $Z[a_n](z) = 1 - \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2}$?

3. Aufgabe

7 Punkte

In einem Schaltkreis sei die Stromfunktion $i_2(t)$ die Antwort auf die Erregung $u_2(t) \equiv 2$. Zeigen Sie, dass die Antwort $i(t)$ für eine allgemeine Erregung $u(t)$ gegeben ist durch

$$i(t) = \frac{1}{2}(u * i_2')(t).$$

4. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie die Fouriertransformierte der Funktion

$$f(t) = \begin{cases} \cos(2t)e^{-5t} & \text{für } t \geq 0, \\ 0 & \text{für } t < 0. \end{cases}$$

5. Aufgabe

6 Punkte

Beweisen Sie mittels des Faltungssatzes der Laplacetransformation die folgende Gleichung

$$L[g(t)(sf(0) + f'(0)) + (f'' * g)(t)](s) = s^2 L[f(t)](s) L[g(t)](s).$$

6. Aufgabe

9 Punkte

Löst eine der beiden Funktionen $\vec{y}_1(x) = e^{4x}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{1}{4}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\frac{1}{3}e^x\\ \frac{1}{4}\end{pmatrix}$ und $\vec{y}_2(x) = \begin{pmatrix}\cos(\ln(1+x^2))\\ e^x - \cosh(2x)\end{pmatrix}$ das DGL-System

$$\vec{y}\,'(x) = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}\vec{y}(x) + \begin{pmatrix}e^{4x}\\ 1\end{pmatrix} \quad , \ \vec{y}(0) = \vec{0} \ ?$$